МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

МАТЕРИАЛЫ

PROCEEDINGS

INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
ACTUAL PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND PHYSICS
МАУ 17 – 21, 2017
NALCHIK – TERSKOL

INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE

ACTUAL PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND PHYSICS

17 – 21 МАЯ 2017, НАЛЬЧИК – ТЕРСКОЛ

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ – ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
«КАБАРДИНО-БАЛКАРСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАБАРДИНО-БАЛКАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Х.М. БЕРБЕКОВА»

МАТЕРИАЛЫ

Международной научной конференции

«Актуальные проблемы прикладной математики и физики»

17 – 21 мая 2017 г.
Нальчик – Терскол

УДК 5
М 341

М 341 **Материалы Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и физики».** Нальчик, ИПМА КБНЦ РАН, 2017. 265 с.

В сборнике представлены материалы Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и физики» (Нальчик – Терскол, 17–21 мая 2017 г.).

Конференция проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 17–01–20078–«г».

Все работы напечатаны в авторской версии с незначительной редакторской правкой.

Оглавление

КРИТЕРИЙ ЕДИНСТВЕННОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ ПО ВРЕМЕНИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© Абазоков М.Б.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: Abazokov.Mukhammed@yandex.ru

В данном сообщении объектом исследования является нагруженное параболическое уравнение вида

$$u_t - u_{xx} + \alpha(x)u(\bar{x},t) - \alpha''(x)\int\limits_0^t u(\bar{x},\eta)d\eta = 0, \qquad (1)$$

которое рассматривается в области

$$\Omega = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\},$$

где $\bar{x}, l, T$ – произвольные положительные действительные константы, причем $0 < \bar{x} < l$, а $\alpha(x)$ – произвольная дважды непрерывно дифференцируемая функция.

Для уравнения (1), при некоторых условиях на функцию $\alpha(x)$, доказывается единственность следующей задачи.

Задача. *Найти регулярное в области* Ω *решение* $u(x,t)$ *уравнения* (1), *удовлетворяющее краевым условиям*

$$u(0,t) = \varphi_0(t), \qquad 0 \le t \le T, \qquad (2)$$

$$u(l,t) = \varphi_l(t), \qquad 0 \le t \le T, \qquad (3)$$

и условию периодичности

$$u(x,0) = u(x,T), \qquad 0 \le x \le l, \qquad (4)$$

где $\varphi_0(t)$ *и* $\varphi_l(t)$ *– заданные непрерывные функции.*

Существование и единственность задачи (2)–(4) для уравнения (1) в случае $\alpha(x) \equiv 0$ доказаны в работе [1].

Литература

1. *Керефов А. А.* Нелокальные краевые задачи для параболических уравнений // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. XV, № 1. С. 74-78.

СПЛАЙН ПЯТОЙ СТЕПЕНИ ДЕФЕКТА 2 ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

© Абдрахманова А.А., Павлов В.П.

Уфимский государственный авиационный технический университет
(Россия, Уфа)
e-mail: abdrahmanova-a@mail.ru

Перспективным направлением для построения численных решений дифференциальных уравнений, описывающих деформирование твердых тел, является метод сплайнов.

В работе [1] достаточно подробно изучены возможности метода сплайнов пятой степени дефекта 1 для решения задачи об изгибе стержня, описываемого дифференциальным уравнением четвертого порядка относительно функции перемещения $w = w(z)$ точек оси стержня

$$EI_y \frac{d^4w}{dx^4} + 2\frac{d(EI_y)}{dx}\frac{d^3w}{dx^3} + \frac{d^2(EI_y)}{dx^2}\frac{d^2w}{dx^2} = q_z(x). \qquad (1)$$

В работе [2] предложена новая схема численного решения уравнения (1) с применением алгебраического сплайна пятой степени дефекта 2 и записаны все необходимые для ее применения соотношения.

Получена система из $2N-2$ алгебраических уравнений для определения главных векторов $R_z^{(i)}$ и $\widetilde{R}_z^{(i)}$, и главных моментов $M_y^{(i)}$ и $\widetilde{M}_y^{(i)}$:

$$\begin{cases} \widetilde{R}_z^{(i)} = R_z^{(i)}, \\ \widetilde{M}_y^{(i)} = M_y^{(i)}, \\ i = 1, ..., N-1. \end{cases} \qquad (2)$$

Одним из способов оценки точности численного метода является сопоставление численного решения некоторой эталонной задачи с ее точным аналитическим решением.

В качестве эталонной задачи рассмотрена шарнирно закрепленная по концам прямая балка длиной $L = 1$м с прямоугольным поперечным сечением $b \times h$ при $b = 1,5 \cdot 10^{-2}$м, $h = 2 \cdot 10^{-2}$м. Осевой момент инерции данного поперечного сечения $I_y = \dfrac{bh^3}{12} = 1 \cdot 10^{-8}$м. Балка изготовлена из стали с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$Па. Балка нагружена распределенной поперечной нагрузкой q_z, изменяющейся по степенному закону $q_z = Ax^k$, $k = 0, 1, ...$ при $A = 800$Н/м.

Изгиб данной балки описывается дифференциальным уравнением четвертого порядка и следующими краевыми условиями и имеет точное аналитическое решение:

$$\begin{cases} EI_y \dfrac{d^4w}{dx^4} = Ax^k, \quad x \in [0, L], \quad k = 0, 1, ... \\ \\ w\Big|_{x=0} = \frac{d^2w}{dx^2}\Big|_{x=0} = w\Big|_{x=L} = \frac{d^2w}{dx^2}\Big|_{x=L} = 0. \end{cases}$$

Для нахождения численного решения по методике, изложенной в работе [2], вычислены от нагрузки $q_z = Ax^k$, действующей в пределах отрезков $[x_i, x_{i+1}]$ главный вектор сил $R_z^{(i)}$ и главный момент $M_y^{(i)}$, приведенные к центру с координатой x_i:

$$\begin{cases} R_z^{(i)} = \int\limits_{x_i}^{x_{i+1}} Ax^k dx = A\dfrac{1}{k+1}\left[x_{i+1}^{k+1} - x_i^{k+1}\right], \\ M_y^{(i)} = \int\limits_{x_i}^{x_{i+1}} Ax^k(x - x_i)dx = \\ = A\dfrac{1}{k+2}\left[x_{i+1}^{k+2} - x_i^{k+2}\right] - A\dfrac{1}{k+1}\left[x_{i+1}^{k+1} - x_i^{k+1}\right], \\ \quad i = 1, ..., N-1. \end{cases} \tag{3}$$

Подставляя найденные по формулам (3) значения $R_z^{(i)}$ и $M_y^{(i)}$ в систему (2) и добавляя четыре уравнения, учитывающие краевые условия, получаем систему из $2N+2$ алгебраических линейных уравнений, однозначно определяющую сплайн-функцию $\mathbf{W}_{5,2}(x)$.

Литература

1. *Абдрахманова А.А.* Вариант метода сплайна для расчета изгиба балок // Вестник Самарского гос. ун-та. Естественно -научная серия. 2007. № 2(52). С. 19-29.

2. *Павлов В.П., Абдрахманова А.А., Абдрахманова Р.П.* Задача расчета стержней одномерным сплайном пятой степени дефекта 2 // Математические заметки ЯГУ. 2013. Т. 20, № 1. С. 50-59.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ МНОГОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ БИЦАДЗЕ-ЯНУШАУСКАСА

© Абдрахманов А.М.

Уфимский государственный авиационный технический университет
(Россия, Уфа)
e-mail: abdrai@mail.ru

В системе Бицадзе $w_{\bar{z}\bar{z}} = 0$, заменяя $w = u + iv$ на $\bar{w} = u - iv$, система $\bar{w}_{\bar{z}\bar{z}} = 0$ в вещественной форме записывается так

$$-\Delta u + 2\frac{\partial}{\partial x}(u_x + v_y) = 0, -\Delta v + 2\frac{\partial}{\partial y}(u_x + v_y) = 0, \tag{1}$$

А.И. Янушаускас предложил рассматривать $n-$мерный аналог системы (1)

$$-\Delta u_i + \lambda\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right) = 0, \quad i = 1, 2, .., n. \tag{2}$$

Поэтому систему (2) будем называть системой Бицадзе-Янушаускаса.

Рассмотрим следующую систему

$$-\left(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2\right)\Delta u_i + \lambda\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right) = 0, \quad i = 1, 2, .., n. \tag{3}$$

Характеристический определитель системы (3) имеет вид:

$$\left(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2\right)\left(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2 - \lambda\right)\left(\xi_1^2 + \xi_2^2 + ... + \xi_n^2\right),$$

поэтому система (3) эллиптична везде, кроме точки $x_1 = x_2 = ... = x_n = 0$ и n-мерной сферы $x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2 = \lambda$, где она вырождается.

1. Пусть область $D = \{X \in \Re^n : x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2 < R^2\}$ $R^2 > \lambda$.

Рассматривается задача Дирихле для системы (3) в следующей постановке: *найти регулярное в области D ограниченное решение системы (3), удовлетворяющее на границе $\Gamma = \{X : x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2 = R^2\}$ условиям*

$$u_j\big|_{\Gamma} = f_j : f_j \in C^{2,\alpha}(\Gamma), j = 1, 2, .., n-1, \tag{4}$$

$$\begin{gathered} u_n\big|_{\delta_\Gamma} = f_n : f_n \in C^{1,\alpha}(\delta_\Gamma), \\ \delta_\Gamma = \{X : x_n = 0, \ \ x_1^2 + x_2^2 + ... + x_{n-1}^2 = R^2\}. \end{gathered} \tag{5}$$

Доказано: *задача (4), (5) для системы (3) разрешима и ее решение единственно в классе функций, ограниченных на бесконечности.*

2. В случае $R^2 < \lambda$ к краевым условиям (4), (5) необходимо добавить условие

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial u_k}{\partial x_k}_{\Gamma} = f_{n+1}; \quad f_{n+1} \in C^{1,\alpha}(\Gamma). \tag{6}$$

Доказано: *задача (4), (5), (6) для системы (3) разрешима, и ее решение единственно в классе ограниченных функций f_{n+1}.*

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ОБОГРЕВА И МЕТОДЕ ЕЕ РЕШЕНИЯ

© Абдуллаев В.М.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности,
Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)
e-mail: vaqif_ab@rambler.ru

В работе исследуется проблема синтеза управления нагревательным аппаратом для нагрева теплоносителя, который обеспечивает подачу тепла в замкнутую систему теплоснабжения. Управляющие воздействия ищутся в виде заданной линейной комбинации от замеренных в оптимизируемых точках температуры теплоносителя.

Математическая модель управляемого процесса приводится к точечно нагруженному гиперболическому уравнению при $(x, t) \in (0, l) \times (0, T]$ [1, 2]:

$$u_t(x,t) + au_x(x,t) = \alpha \left[\sum_{i=1}^{L} k_i [u(\xi_i, t) - z_i] - u(x,t) \right], \tag{1}$$

с начальным и граничным условиями:

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, l], \tag{2}$$

$$u(0,t) = (1 - \gamma(t)) u(l, t - T^{\text{зап.}}), \quad t > 0, \tag{3}$$

где $u(x,t)$ – температура жидкости; $T^{\text{зап.}}$, a, $\alpha = const$; $\xi_i \in [0, l]$, $i = 1, 2, ..., L$ – точки замера температуры; k_i – коэффициент усиления; z_i – эффективная температура в точке ξ_i; $\gamma(t)$ – величина, определяющая потери тепла в процессе движения в теплосети, $0 \leq \gamma(t) \leq 1$.

В работе получены формулы для градиента функционала по оптимизируемым параметрам ξ_i, k_i, z_i, предложены схемы численного решения, приведены результаты численных экспериментов.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и их применение. Москва: Наука, 2012. 232 с.
2. *Айда-заде К.Р., Абдуллаев В.М.* О нагруженной задаче при управлении процессом нагрева с обратной связью // Материалы Межд. Российско-Болгарского симпозиума "Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики", Нальчик - Эльбрус. 2010. С. 16-18.

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ДРОБНОГО ПОРЯДКА

© Абдуллаев О.Х.[1], Хужакулов Ж.Р.[2]

Национальный университет Узбекистана (Узбекистан, Ташкент)

[1]e-mail: obidjon.mth@gmail.com, [2]e-mail: jonibek.16@mail.ru

Работа посвящена изучению обратной задачи для уравнения теплопроводности дробного порядка, в которой требуется найти решение и неизвестную правую часть уравнения. Задача исследована в четырехугольной области имеющей линию перехода $x = 0$.

Определение. *Пусть* $f(x)$ *– непрерывно дифференцируемая функция в* (a, b), *тогда оператор вида [1]*

$$_C D_{ax}^{\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_a^x (x-t)^{-\alpha} f'(t) dt$$

называется оператором Капуто порядка α $(0 < \alpha < 1)$.

Пусть Ω_j -четырехугольная область ограниченная отрезками OC, OA_j, A_jB_j, B_jC $(j = 1, 2)$, где $A_j\left((-1)^{j-1}, 0\right)$, $B_j\left((-1)^{j-1}, T\right)$, $C(0, T)$, $O(0, 0)$. Для уравнения

$$_C D_{0t}^{\alpha} u - u_{xx} = f_j(x), \quad (x, t) \in \Omega_j \tag{1}$$

в области Ω_j рассмотрим следующую задачу:

Задача. *Требуется найти пару функций* $(u(x,t), f_j(x))$ *в области* Ω_j, *удовлетворяющих условиям* $u\left((-1)^{j-1}, t\right) = 0, \quad t \in [0, T]$;

$u(+0,t) = u(-0,t)$, $t \in [0,T]$; $u_x(+0,t) + u_x(-0,t) = 0$, $t \in (0,T)$; $u(x,0) = \varphi_j(x)$, $u(x,t) = \psi_j(x)$, $x \in I_j$, $\left(j = \overline{1,2}\right)$, *и уравнению (1), где* $I_j = \left\{x; -1 \leqslant (-1)^j x \leqslant 0\right\}$ *и* $\varphi_j(x)$, $\psi_j(x)$ *– заданные достаточно гладкие функции.*

Теорема. *Пусть* $\varphi_j(x), \psi_j(x) \in C^3(\overline{I_j})$ *и удовлетворяют условиям* $\varphi_1(1) = \varphi_2(-1) = 0$, $\varphi_1(0) = \varphi_2(0)$, $\psi_1(0) = \psi_2(0)$, $\psi_1(0) = \psi_2(0)$ *тогда исследуемая задача имеет единственное решение.*

Литература

1. *Псху А.В.* Краевые задачи для дифференциальных уравнений с частными производными дробного и континуального порядка. Нальчик, 2005.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОБЛЕМЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ОПАСНЫХ ЯВЛЕНИЙ ПОГОДЫ

© Аджиева А.А.[1], Шаповалов В.А.[2]

[1]Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет им. В.М. Кокова (Россия, Нальчик)
e-mail: aida-adzhieva@mail.ru
[2]Высокогорный геофизический институт (Россия, Нальчик)
e-mail: vet555_83@mail.ru

Нелинейное взаимодействие динамических, термодинамических, электрических процессов при формировании микроструктуры облаков имеет весьма сложный характер. Это относится к процессам в облаках с участием ледяных частиц, электричеству облаков, взаимодействию процессов в облаках [1] и др., все эти процессы изучаются с помощью математического моделирования из-за недоступности объекта исследований.

Разработанная численная модель конвективного облака с детальной микрофизикой позволяет исследовать формирование микроструктурных характеристик облаков, образование частиц осадков, как жидких, так и твердых, накопление электрических зарядов и электрическую коагуляцию облачных частиц.

По результатам моделирования на стадии максимального развития конвективного облака за счет электрической коагуляции происходит наиболее интенсивный рост жидких и твердых осадков, характеристики облака резко возрастают. Выявлены закономерности трансформации микроструктурных и электрических параметров опасных быстроразвивающихся конвективных процессов в атмосфере, разработаны программные средства комплексной обработки информации штормооповещения [2]. Все эти данные позволят более эффективно идентифицировать опасные явления погоды.

Литература

1. *Ашабоков Б.А., Шаповалов А.В.* Конвективные облака: численные модели и результаты моделирования в естественных условиях и при активном воздействии. Нальчик: Изд-во КБНЦ РАН, 2008. 254 с.

2. *Аджиева А.А., Шаповалов В.А., Машуков И.Х., Скорбеж Н.Н., Шаповалов М.А.* Обнаружение и распознавание опасных конвективных процессов радиотехническими средствами // Известия Вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2014. Т. 179, № 1. С. 59-62.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КЛАССА ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ОТНОСИТЕЛЬНО НАГРУЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

© Айда-заде К.Р.[1,2], Абдуллаев В.М.[2,3]

[1]Бакинский государственный университет (Азербайджан, Баку)
[2]Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)
[3]Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности (Азербайджан, Баку)

[1]e-mail: kamil_aydazade@rambler.ru, [2]e-mail: vaqif_ab@rambler.ru

Рассматривается система нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{du(x)}{dx} = A(x)u(x) + \sum_{s=1}^{l} B^s(x)u(\bar{x}_s) + C(x),\ x \in [x_0, x_f]$$

$$\sum_{i=1}^{l_1} \beta_{1i} u(\breve{x}_i) + \sum_{j=1}^{l_2} \int\limits_{\breve{x}_j}^{\hat{x}_j} \beta_{2j}(\tau) u(\xi) d\xi = \gamma.$$

Здесь $u(x) \in R^n-$ искомое решение; непрерывные матричные функции $A(x)$ размерности $n \times n$, n-мерная вектор функция $C(x)$, $\beta_i, \beta_{1i}, \beta_{2j}(\cdot)$ – квадратные матрицы размера n, точки объекта $\breve{x}_i, \breve{x}_j, \hat{x}_j$ из отрезка $[x_0, x_f]$ – заданы, $i = 1, 2, ..., l_1, j = 1, 2, ..., l_2$; $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_l)^T$ – места нагружения из отрезка $[x_0, x_f]$, $B(x) = (B^1(x), B^2(x), ..., B^l(x))$ – соответствующие функции реакции точек объекта на нагружения – не заданы.

Задача заключается в определении оптимальных мест нагружения $\bar{x}_s \in [x_0, x_f]$ и соответствующих непрерывных функций реакции $B^s(x),\ s = 1, 2, ..., l$, минимизирующих заданный функционал:

$$J(B, \bar{x}) = \alpha_1 \int_{x_0}^{x_f} f^0(u(x), u(\bar{x}), B(x))dx + \alpha_2\Phi_1(\bar{x}) + \alpha_3\Phi_2(u(\tilde{x})).$$

В работе приводится метод решения задачи оптимизации мест нагружения и функций реакции на нагружения, основанный на численных методах оптимизации первого порядка.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ МЕСТ УТЕЧЕК ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДАХ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ

© Айда-заде К.Р.[1,2], Ашрафова Е.Р.[2]

[1]Бакинский государственный университет (Азербайджан, Баку)
e-mail: kamil_aydazade@rambler.ru
[2]Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)
e-mail: ashrafova.yegana@gmail.com

Пусть неустановившийся режим течения жидкости в трубопроводной сети сложной закольцованной структуры, содержащей M участков и N вершин, является ламинарным. Множество участков обозначим через K: $K = \{(k_i, k_j) : k_i, k_j \in I\}$, где I – множество вершин; $l^{k_ik_j}$, $d^{k_ik_j}$ – соответственно длина и диаметр (k_i, k_j)-ого участка, $(k_i,\ k_j) \in K$. Множество участков в которых имеются утечки сырья в количестве Z, объемы которых определяются функциями $q^{k_{i_s},k_{j_s}}(t)$ обозначим через $K^{loss} = \{(k_{i_1}, k_{j_1}), ..., (k_{i_Z}, k_{j_Z})\} \subset K$, где $\xi^{k_{i_s},k_{j_s}} \in (0; l^{k_{i_s},k_{j_s}})$ неизвестные места утечек. Задача заключается в нахождении мест утечек ξ и соответствующих значений потерь сырья $q^{loss}(t)$ при $t \in [t_0, T]$ с использованием математической модели и наблюдаемой информации.

С целью решения задачи рассматривается функционал, определяющий величину отклонения наблюдаемых режимов в заданных точках участка нефтепровода от расчетных. Расчетные значения режимов в наблюдаемых точках, вычисляются в результате решения краевой задачи при каких-либо возможных начальных условиях и заданных допустимых местах и объемах утечек $(\xi, q^{loss}(t))$. Наблюдаемые значения рассматриваются на интервале времени слежения за процессом, режимы которого уже не зависят от начальных условий. Процесс неустановившегося изотермического ламинарного движения капельной жидкости с постоянной плотностью на нефтепроводной сети описывается системой $2M$ линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа с неразделенными краевыми и неточно заданными начальными условиями. Начальные условия определяются на множествах $\hat{Q} = \{\hat{Q}_1^{ks}(x), ..., \hat{Q}_\nu^{ks}(x)\}_{(k,s)\in K}$, $\hat{P} = \{\hat{P}_1^{ks}(x), ..., \hat{P}_\nu^{ks}(x)\}_{(k,s)\in K}$, соответственно для расхода и давления жидкости. Объемы и места утечек ищутся в виде: $q^{ks}(t)\delta(x-\xi^{ks})$, $\delta(\cdot)$– функция Дирака. Получены формулы для компонент градиента функционала по оптимизируемым вектор-функциям, проведены численные эксперименты.

МЕТОДЫ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

© Айда-заде К.Р.[1], Гашимов В.А.[2]

[1,2] Бакинский государственный университет (Азербайджан, Баку),

[2] Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)

[1]e-mail: kamil_aydazade@rambler.ru, [2]e-mail: vugarhashimov@gmail.com

Рассматривается система линейных неавтономных дифференциальных уравнений с неразделенными условиями:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t), t \in [t_0, t_f], \tag{1}$$

$$\sum_{i=0}^{l} C^i x(\bar{t}_i) = d. \tag{2}$$

Здесь $x(t) \in R^n$ — искомая вектор-функция; $A(t)$, C^i – заданные квадратные матрицы размерности n, $i = 0, 1, \ldots, l$; $B(t)$, d — заданные n мерные векторы; моменты времени $t_i \in T$ и t_0, t_f — заданы, причем $t_0 = \bar{t}_1 < \bar{t}_2 <, ..., < \bar{t}_l = t_f$.

Для численного решения задачи (1), (2) предлагается использовать известные многоточечные аппроксимации производной $x(t)$:

$$\dot{x}(t)\Big|_{t=\tau_i} = \sum_{q=-k_1}^{k_2} \alpha_q x^{i+q} + O(h^m). \tag{3}$$

Здесь $k_1 + k_2 = k - 1$, $k_1, k_2 \geqslant 0$, $x^q = x(\tau_q) \in R^n$, порядок точности аппроксимации m определяется схемой аппроксимации (3),то есть коэффициентами α_q, $q = -k_1, \ldots, k_2$, $\tau_i = ih, i = 0, 1, \ldots, N$.

В результате имеем дискретную систему линейных многошаговых уравнений, аппроксимирующую задачу (1)–(2), имеющую $(N-k)n$ уравнений с k диагональной матрицей и nk не структурированных уравнений. Для решения полученной системы предложены формулы метода прогонки.

Приведены многочисленные сравнительные численные эксперименты на примере решения различных задач вида (1), (2) и сделан анализ полученных результатов.

ПРИЛОЖЕНИЯ ПРИНЦИПА СЖИМАЮЩЕГО ОТОБРАЖЕНИЯ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

© Акбаров Д.Е., Акбаров У.Й., Туракулов Х.Ш.

Кокандский государственный педагогический институт (Узбекистан, Коканд)
e-mail: samandar-xon@mail.ru

В данной работе исследованы вопросы, связанные с решением в банаховых пространствах квазилинейных дифференциальных уравнений вида

$$L_{n,0}u = a_0(x)\frac{d^n u}{dx^n} + a_1(x)\frac{d^{n-1}u}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}(x)\frac{du}{dx} = f_1(x, u(x)). \quad (1)$$

Предполагается, что соответствующее линейное однородное уравнение относительно заданного квазилинейного уравнения не имеет ненулевых решений, удовлетворяющих нулевым начально-граничным условиям. При этом пользуясь функцией Грина, нахождение решения квазилинейного уравнения приводится к решению интегрального или интегрально-дифференциального уравнения. Класс таких уравнений запишется в операторном виде $u = BF_1u = Au$ или $u = Au$ как суперпозиции линейного интегрального оператора $B : L_q[a,b] \to L_p[a,b]$ с ядром функции Грина и нелинейного оператора $F_1 : L_p[a,b] \to L_q[a,b]$, представляющего отображение нелинейной части заданного квазилинейного уравнения. Доказана теорема о достаточном условии применимости принципа сжимающего отображения к нелинейному операторному уравнению $u = Au$. Как и в доказательстве теоремы пользуясь начальным условием $u(a) = u_0$ вычисляется $u_1(x)$, аналогично, пользуясь $u_1(x)$ вычисляется $u_2(x)$ и в таком порядке определяется последовательность $u_3(x)$, $u_4(x)$, ... , $u_m(x)$, ..., которая выражает приближение к решению любой точности.

Литература

1. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
2. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981. 542 с.
3. *Красносельский М.А.* Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений. М.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1956. 392 с.

ОБ ОСНОВНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ ДРОБНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

© Алероева Х.Т.

Московский технический университет связи и информатики (Россия, Москва)
e-mail: BinSabanur@gmail.com

Рассмотрим дробное уравнение Ланжевена

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \overline{\gamma}\int\limits_0^t \frac{1}{(t-\tau)^\alpha}\frac{dx}{d\tau}d\tau = F(x,t) + \xi(t)$$

где $\overline{\gamma} > 0$ – обобщенный коэффициент трения ($\gamma = \frac{1}{m}\overline{\gamma}\Gamma(1-\alpha)$), $0 < \alpha < 1$ – дробный показатель и $\xi(t)$ – стационарный гауссовский шум, удовлетворяющий соотношению флуктуации-диссипации

$$\langle\xi(t)\rangle = 0,\ \langle\xi(t)\xi(\tau)\rangle = k_bT\overline{\gamma}|t-\tau|^\alpha,$$

которое можно свести к виду

$$x'' + \gamma\frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} + \omega^2 x = \xi(t). \tag{1}$$

В случае когда гауссовский шум не учитывается, имеем уравнение

$$x'' + \gamma\frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} + \omega^2 x = 0,$$

спектральная теория для которого построена достаточно полно. В данной работе методами теории возмущений исследуются краевые задачи для уравнения (1).

Литература

1. *Алероева Х.Т.* Дробное исчисление и малые колебания механических систем // Труды МАИ. 2017. Вып. 92. 14 с.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ И ГЛОБАЛЬНЫМИ СЛАГАЕМЫМИ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

© Алиев Н.А.[1], **Велиева С.Р.**[2]

Бакинский государственный университет (Азербайджан, Баку)

[1]e-mail: aliyev.nihan@mail.ru, [2]e-mail: sevinj_veliyeva@mail.ru

Рассматривается граничная задача:

$$\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1^2} = 0, x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2, \tag{1}$$

$$\sum_{s=1}^{2} \sum_{0 \leqslant p+q \leqslant 1} \{ a_{kpq}^{(s)}(x_1) \frac{\partial^{p+q} u(x)}{\partial x_1^p \partial x_2^q} |_{x_2 = y_s(x_1)} + \tag{2}$$

$$+ \int_{a_1}^{b_1} K_{kpq}^{(s)}(x,t) \frac{\partial^{p+q} u(y)}{\partial y_1^p \partial y_2^q} |_{\substack{y_2 = y_s(x_1) \\ y_1 = t}} dt \} = a_k^{(s)}(x_1),$$

$$k = 1, 2, x_1 \in [a_1, b_1],$$

где D – выпуклая по x_2 ограниченная выпуклая область; граница $\Gamma = \partial D$ – линия Ляпунова; граничные условия (2) линейно независимы; коэффициенты, ядра и правая часть непрерывные функции.

Как известно, первое необходимое условие для уравнения Лапласа получается из второй формулы Грина [1], а остальные необходимые условия получаются из аналога второй формулы Грина [2]. Первые необходимые условия являются регулярными выражениями, а что относится к остальным необходимым условиям, то они являются сингулярными.

Если применять фундаментальные решения по направлению (по x_1, или по x_2), тогда полученные необходимые условия не содержат сингулярные интегралы и в некоторых случаях, подобно обыкновенному дифференциальному уравнению, не содержат глобальные члены, а имеют вид подобный нелокальному граничному условию.

Литература

1. *Курант Р.* Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 832 с.

2. *http://nihan.jsoft.ws*

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ВЯЗКОГО ТРАНСЗВУКОВОГО УРАВНЕНИЯ С ТРЕТЬИМ КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ

© Апаков Ю.П.

Наманганский инженерно-педагогический институт (Узбекистан, Наманган)
e-mail: apakov.1956@mail.ru

В области $D = \{(x, y): \ 0 < x < p, \ 0 < y < q\}$ рассматривается вязко- трансзвуковое уравнение [1]

$$Lu + \mu u \equiv \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu u = 0, \tag{1}$$

где $p, q = const > 0$ и $\mu = const$.

Задача A. *Найти решение уравнения (1) в области D из класса $C^{2,1}_{x,y}\left(\overline{D}\right) \cap C^{3,2}_{x,y}(D)$, удовлетворяющее краевым условиям*

$$\alpha\, u(x, 0) + \beta\, u_y(x, 0) = 0, \quad \gamma\, u(x, q) + \delta\, u_y(x, q) = 0, \quad 0 \le x \le p,$$

$$u_{xx}(0, y) - a(y)\, u(0, y) = \psi_1(y), \quad 0 \le y \le q,$$

$$u_x(0, y) = \psi_2(y), \quad 0 \le y \le q,$$

$$u_{xx}(p, y) - b(y)\, u(p, y) = \psi_1(y), \quad 0 \le y \le q,$$

где $\psi_i(y), \quad i = 1, 2, 3$ – известные, достаточно гладкие функции.

Аналогичная задача при $\mu = 0, \ \ \beta = \delta = 0, \ \ a(y) = b(y) = 0$, исследована в работе [2].

Теорема 1. *Если $\mu < 0, \ \ a(y) > 0, \ \ b(y) < 0, \ \ \alpha\beta \le 0, \ \gamma\delta \ge 0$, то задача A не может иметь более одного решения.*

Теорема 2. *Если $\psi_i(y) \in C^3[0, q], i = 1, 2, \psi_3(y) \in C^2[0, q]$, причем выполняются условия согласования $\psi_i(0) = \psi_i(q) = \psi_i''(0) = \psi_i''(q) = 0$, $i = 1, 2, 3$, то решение задачи A существует.*

Литература

1. *Рыжов О.С.* Асимптотическая картина обтекания тел вращения звуковым потоком вязкого и теплопроводящего газа // Прикладная математика и механика. 1952. Т. 6, № 2. С. 1004-1014.

2. *Djuraev T.D., Apakov Yu.P.* On a boundary value problem for the viscous transonic equation // World Mathematical Society of Turkic Countries. Reports of the Third Congress. Almaty: Al-Farabi Kazakh National University. 2009. Pp. 282-287.

ЗАВИСИМОСТЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВКЛАДА В МЕЖФАЗНУЮ ЭНЕРГИЮ ЛИТИЯ, КАЛИЯ И НАТРИЯ ОТ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СРЕДЫ

© Апеков А.М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: aslkbsu@yandex.ru

Электронно-статистический метод расчета поверхностной энергии в рамках теории Френкеля-Гамбоша-Задумкина [1, 2], модифицирован для оценки температурной зависимости межфазной энергии на границе металл – органическая жидкость с учетом макроскопической диэлектрической проницаемости жидкости [3-5]. Показано, что данный метод позволяет установить ориентационную зависимость температурного коэффициента межфазной энергии. Установлено, что величина температурного вклада в межфазную энергию металлов обусловлена ионной компонентой металла и температурным размытием уровня Ферми. Основной вклад обусловлен ангармоничностью колебаний ионной компоненты металла. Полученные значения для кристаллов лития, калия и натрия на границе с 11 неполярными органическими жидкостями показывают, что с увеличением диэлектрической проницаемости жидкости температурный вклад в межфазную энергию металла по модулю возрастает.

Литература

1. *Задумкин С.Н.* Новый вариант статистической электронной теории поверхностного натяжения металлов // Физика металлов и металловедение. 1961. Т. 11, № 3. С. 331-346.

2. *Гомбаш П.* Статистическая теория атома и ее применения. М.: Наука, 1951. 399 с.

3. *Шебзухова И.Г., Апеков А.М., Арефьева Л.П.* Межфазная энергия на границе контакта IB и IIB металлов с собственным расплавом и с органическими жидкостями // Расплавы. 2014. № 2. С. 82-86.

4. *Шебзухова И.Г., Апеков А.М., Хоконов Х.Б.* Межфазная энергия граней кристаллов марганца и ванадия на границе с органическими жидкостями // Известия РАН. Серия физическая. 2015. Т. 79, № 6. С. 826-828.

5. *Шебзухова И.Г., Апеков А.М., Хоконов Х.Б.* Анизотропия межфазной энергии IA и IB металлов на границе с органическими жидкостями // Известия РАН. Серия физическая. 2016. Т. 80, № 6. С. 725-728.

РАСЧЕТ ПЕРЕНОСА СОБСТВЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЯЕМОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА

© Аристова Е.Н.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН (Россия, Москва)
e-mail: aristovaen@mail.ru

Перенос собственного излучения плазмы является одним из основных механизмов передачи энергии в задачах управляемого термоядерного синтеза. Поэтому правильный учет переноса излучения чрезвычайно важен в этих задачах. Расчет переноса собственного излучения плазмы при высоких температурах среды обладает той особенностью, что он тесно связан с расчетом газодинамических параметров: взаимодействие излучения с веществом нелинейно (из-за функции Планка, например) и нелокально. Нелокальность определяется влиянием параметров среды на прохождение излучения в некоторой окрестности рассматриваемой точки. Эффективно влияние среды на прохождение излучения и излучения на газодинамические параметры среды может быть учтено при применении метода квазидиффузии решения уравнения переноса, в котором наряду с уравнением переноса высокой размерности (функция распределения зависит от шести фазовых переменных и времени) используются уравнения переноса более низкой размерности, называемые уравнениями квазидиффузии. В данном методе первая группа уравнений низкой размерности получается усреднением по угловым переменным, а вторая - усреднением еще и по энергии. Уравнения последней группы при численном решении уже могут быть эффективно объединены с уравнением энергии для вещества.

Отдельной проблемой является дискретизация уравнения по энер- гии в силу сложной многорезонансной структуры коэффициента поглощения. В расчете прикладных задач пока используется клас- сическое многогрупповое приближение, однако будут обсуждены и перспективы применения метода лебеговского осреднения, хорошо зарекомендовавшего себя при расчете климатических задач и удар- ных слоев около спускаемых космических аппаратов.

Приведены примеры расчетов экспериментов облучения пенных мишеней, проведенных на установках PALS и LIL.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 17-01-00914.

РАСЧЕТ ПОТОКОВ СОБСТВЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ УДАРНОГО СЛОЯ НА ОБШИВКУ СПУСКАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

© Аристова Е.Н.[1], Астафуров Г.О.[2], Шильков А.В.[3]

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (Россия, Москва)
[1]e-mail: aristovaen@mail.ru, [2]e-mail: astafurov.gleb@yandex.ru,
[3]e-mail: ale-shilkov@yandex.ru

Вхождение космического аппарата в плотные слои атмосферы сопровождается образованием высокотемпературного ударного слоя, в описании которого огромную роль играет перенос собственного излучения плазмы. Нелинейная система уравнения переноса и уравнения для энергии вещества решается методом простой итерации.

Решение стационарного уравнения переноса (при фиксированных частоте и направлении излучения) производится на сетке из тетраэдров по схеме коротких характеристик второго порядка. Алгоритм выбора порядка обхода ячеек для выбранного углового направления основан на теории графов. Для дискретизации по углам используется полностью симметричная квадратурная формула Карлсона. При дискретизации по энергиям фотонов исследована сходимость многогруппового приближения и метода лебеговского осреднения при увеличении числа групп. Показана более быстрая сходимость метода лебеговского осреднения, особенно для ударного слоя в высоких слоях атмосферы. Поэтому для дискретизации по энергиям фотонов используется метод лебеговского осреднения спектра.

Обсуждается математическая модель задачи обтекания спускаемого аппарата. Расматриваются различные подходы к построению численных методов и особенностей их реализации на современных многопроцессорных ЭВМ. Проведены расчеты поля излучения на газодинамических полях в ударном слое, рассчитанных другими авторами.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 17-01-00914.

КОЛЕБАНИЯ СТРУНЫ И БАЛКИ ВОЗЛЕ ПРЕПЯТСТВИЯ. ПРИМЕРЫ ЕДИНСТВЕННОСТИ И НЕЕДИНСТВЕННОСТИ

© Артюшин А.Н.
ООО “ДатаИст” (Россия, Новосибирск)
e-mail: alexsp3@yandex.ru

Пусть A – линейный положительный самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве X. Для уравнения

$$u_{tt} + Au = f$$

рассматривается вариационное неравенство с ограничением $\varphi(u) \leqslant \gamma$, с некоторым линейным функционалом φ. Указываются условия на функционал φ, гарантирующие единственность решения вариационного неравенства. Приводится некоторая общая конструкция построения примеров неединственности. В качестве примера в цилиндре $Q = (0, T) \times (0, 1)$ рассматриваются вариационные неравенства для уравнений

$$u_{tt} - u_{xx} = f$$

и

$$u_{tt} + u_{xxxx} = f,$$

с ограничением вида $u(x_0) \leqslant \gamma$. Оказывается, что для уравнения струны имеет место единственность решения вариационного неравенства, а для уравнения балки – нет.

УСЛОВИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОСТИ ОПЕРАТОРОВ С РАЗНОСТНЫМИ ЯДРАМИ В РЕФЛЕКСИВНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

© Асхабов С.Н.
Чеченский государственный педагогический университет,
Чеченский государственный университет (Россия, Грозный)
e-mail: askhabov@yandex.ru

Хорошо известно, что положительно-определенные функции играют основополагающую роль при построении гармонического анализа, в теории локально-компактных групп и других разделах современной математики. С понятием положительно-определенной функции тесно связано понятие положительного оператора, играющее важную роль при исследовании как линейных, так и нелинейных интегральных, дифференциальных и дискретных уравнений в банаховых пространствах [1]-[3]. Поэтому представляет несомненный научный интерес изучение вопросов, связанных с нахождением необходимых и достаточных условий положительности операторов, порождающих, в частности, известные дискретные, интегральные, дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения.

В монографии [1, §10] доказано, что для положительности в вещественном пространстве Лебега $L_p(\mathbb{R})$, $1 < p \leq 2$, интегрального оператора свертки $(\mathbb{H}u)(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} h(x-t)\,u(t)\,dt$ необходимо и достаточно, чтобы *косинус-преобразование Фурье* $\widehat{h_c}(x)$ его ядра $h(x) \in L_1(\mathbb{R}) \cap L_{p'/2}(\mathbb{R})$, $p' = p/(p-1)$, *было* неотрицательной функцией на положительной полуоси $[0, \infty)$. Аналогичный результат установлен в [1, §28] и в случае соответствующих дискретного оператора свертки $(\mathbb{G}u)(x) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} h_{n-k}\,u_k$, где $k \in \mathbb{Z}$, и пространства ℓ_p. Эти результаты использованы в [1] при исследовании различных классов нелинейных интегральных и дискретных уравнений типа свертки в пространствах $L_p(\mathbb{R})$ и ℓ_p, соответственно.

В данной работе найдены необходимые и достаточные условия положительности различных классов интегро-дифференциальных операторов и приводятся примеры, иллюстрирующие полученные результаты. В частности, доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть* $1 < p < \infty$ *и* $h(x) \in L_1(\mathbb{R})$. *Для того, чтобы интегро-дифференциальный оператор свертки*

$$(\mathbb{T}u)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x-t)\,u'(t)\,dt$$

был положителен в пространстве

$$M_p(\mathbb{R}) = \{u(x):\ u(x) \in L_p(\mathbb{R}),\ u'(x) \in L_{p'}(\mathbb{R})\}\,, \quad p' = p/(p-1),$$

необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} h(t)\,\sin(x \cdot t)\,dt \geq 0, \quad \forall x \in [0, \infty).$$

Найденные условия положительности операторов используются при доказательстве теорем о существовании и единственности решения соответствующих нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, порожденных этими операторами.

Литература

1. *Асхабов С. Н.* Нелинейные уравнения типа свертки. М.: Физматлит, 2009. 304 с.
2. *Нахушев А. М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
3. *Porter D., Stirling D.* Integral equations. A practical treatment, from spectral theory to applications. Cambr. Univ. Press, 1990. 382 p.

ГРАНИЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОЛЕБАНИЯМИ СТРУНЫ С НЕЛОКАЛЬНЫМ СМЕЩЕНИЕМ НА ОБОИХ КОНЦАХ

© Аттаев А.Х.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: attaev.anatoly@ya.ru

В докладе будет сообщено об исследовании задачи управления колебаниями одномерной упругой струны длины l в течение времени T, описываемые уравнением

$$u_{xx} - u_{tt} = 0$$

в прямоугольнике $\Omega_T = [0 < x < l] \times [0 < t < T]$.

На левом и правом конце струны задаются нелокальные условия с локальным смещением

$$u(0,t) + a\,u(x_0,t) = \mu(t), \qquad 0 \leqslant t \leqslant T,$$

$$u(l,t) + b\,u(x_0,t) = \nu(t), \qquad 0 \leqslant t \leqslant T.$$

Задача состоит в нахождении таких управлений $\mu(t)$ и $\nu(t)$, которые за минимальный промежуток времени T переводят струну из произвольного начального состояния

$$u(x,0) = \varphi_0(x), \qquad u_t(x,0) = \psi_0(x), \qquad 0 \leqslant x \leqslant l,$$

в произвольное финальное состояние

$$u(x,T) = \varphi_1(x), \qquad u_t(x,T) = \psi_1(x), \qquad 0 \leqslant x \leqslant l.$$

Установлены необходимые и достаточные условия на функции $\varphi_0(x)$, $\psi_0(x)$, $\varphi_1(x)$ и $\psi_1(x)$, обеспечивающие существование искомых граничных управлений $\mu(t)$ и $\nu(t)$. Найден их явный аналитический вид. Установлено значение минимального времени, в течение которого это управление осуществимо.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

© Ахмедов З.А.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: axmedovza@mail.ru

В данной работе исследована на условную корректность одна задача для бигармонического уравнения в прямоугольнике.

Задача. *Требуется найти функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую условиям:*

$$\Delta^2 u(x,y) = 0, \quad (x,y) \in D = \{\ (x,y) : 0 < x < a,\ 0 < y < b\ \};$$

$$\Delta u(x,b_1) = f(x)\,, \qquad \Delta u(x,0) = 0, \qquad 0 < x < a;$$

$$u(x,0) = u(x,b_1) = 0,\ 0 \le x \le a;$$

$$u(0,y) = u(a,y) = 0,\ 0 \le y \le b; \quad \Delta u(0,y) = \Delta u(a,y) = 0,\ 0 < y < b,$$

где $0 < b_1 < b$, $f(x)$ – заданная функция, $\Delta-$оператор Лапласа.

Покажем, что в поставленной задаче не имеет места непрерывная зависимость решения от данных. Рассмотрим функцию

$$u_n(x,y) = \varepsilon A_n\,(y) \sin \frac{n\pi}{a} x, \tag{1}$$

где

$$A_n\,(y) = \frac{y\ \mathrm{ch}(\frac{\mathrm{n}\pi}{\mathrm{a}}\mathrm{y})\mathrm{sh}(\frac{\mathrm{n}\pi}{\mathrm{a}}\mathrm{b}_1) - \mathrm{b}_1\mathrm{sh}(\frac{\mathrm{n}\pi}{\mathrm{a}}\mathrm{y})\mathrm{ch}(\frac{\mathrm{n}\pi}{\mathrm{a}}\mathrm{b}_1)}{\frac{2n\pi}{a}\mathrm{sh}^2(\frac{n\pi}{a}b_1)}.$$

Функция $u_n(x,y)$ является решением задачи при $f(x) = \varepsilon \sin \frac{n\pi}{a} x$.

Из (1) следует, что для любых констант $0 < \varepsilon < 1$, $c > 0$ и переменных $\forall x \in (0,a)$, $\forall y \in (b_1,b)$ можно подобрать такие ε и n, чтобы выполнялись неравенства

$$\|\Delta u_n(x,b_1)\|_{L_2(0,a)} \le \varepsilon\,,\ \|u_n(x,y)\|_{L_2(0,\,a)} > c.$$

Теорема. *Если функция $u(r,\varphi)$ удовлетворяет соотношениям:*

$$\|u(x,b)\|_{L_2(0,\,a)} \le M\,\|\Delta u(x,b_1)\|_{L_2(0,\,a)} \le \varepsilon,$$

то выполняется неравенство

$$\|u(x,y)\|_{L_2(0,a)} \le M \left| \frac{A_{\lambda(\varepsilon)}(y)}{A_{\lambda(\varepsilon)}(b)} \right|,$$

где $\lambda\,(\varepsilon)$ – корень уравнения $|A_\lambda(b)| = \frac{M}{\varepsilon}$.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ И МИКРОСТРУКТУРНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОНВЕКТИВНОГО ОБЛАКА

© Ашабоков Б.А.[1], Шаповалов А.В.[2], Шаповалов В.А.[2], Гучаева З.Х.[2]

[1]Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН (Россия, Нальчик)
e-mail: iipru@rambler.ru
[2]Высокогорный геофизический институт (Россия, Нальчик)
e-mail: bmv22@rambler.ru

В работе представлена трехмерная нестационарная численная модель конвективных облаков с детальным описанием гидротермодинамических, микрофизических и электрических процессов, приведены результаты исследований эволюции термодинамических, микроструктурных и электрических параметров. Гидротермодинамический блок модели состоит из уравнений движения, описывающих влажную конвекцию в приближении Буссинеска, в которых учитывается адвективный и турбулентный перенос, силы плавучести, трения и барических градиентов. Уравнения микрофизического блока описывают процессы нуклеации, конденсации, коагуляции, сублимации, аккреции, агрегации, замерзания капель, осаждения облачных частиц в поле силы тяжести, их перенос воздушными потоками, а также взаимодействие облачных частиц под влиянием электрического поля облака.

Для расчета электрического заряда и поля облака аппроксимированы экспериментальные зависимости выбросов микрочастиц от размера замерзающей капли и значений коэффициентов разделения зарядов, связанных с замерзанием капель воды и взаимодействием кристаллов с переохлажденными каплями. При этом на каждом временном шаге рассчитываются объемные заряды в облаке, потенциал электростатического поля, создаваемого этими зарядами, а также горизонтальные и вертикальная составляющие напряженности электрического поля облака Ex, Ey, Ez.

На основе разработанной модели проведены численные эксперименты по исследованию формирования конвективных облаков при различных стратификациях атмосферы и структур поля скорости ветра в атмосфере. Определены термодинамические и микроструктурные параметры в зоне мощного конвективного облака. Система уравнений модели решалась методом расщепления по физическим процессам и покомпонентного расщепления.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫМИ ПРОЦЕССАМИ С НЕЗАДАННЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

© Ашрафова Е.Р.

Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)
e-mail: ashrafova.yegana@gmail.com

Рассматривается система дифференциальных уравнений:

$$u^k_{tt}(x,t) = a^k u^k_{xx}(x,t) - b^k u^{ik}_t(x,t) + v^k(x,t), x \in (0,l^k),\ t \in (0,T], \quad (1)$$

где $u^k(x,t), k = 1,...,L,$– непрерывно-дифференцируемые функции при $x \in [0,l^k]$, $t \in (t_0,T]$, определяющие фазовое состояние процесса, $l^k > 0$ – заданы, a^k, b^k – заданные положительные величины; $v^k(x,t)$ – оптимизируемая вектор-функция удовлетворяющая технологическим ограничениям. Решения $u^k(x,t), k = 1,..,L$, связаны только краевыми условиями вида:

$$Pu(l,t) - Qu(0,t) = R\varphi(t) \quad t \in [0,T]. \quad (2)$$

Здесь $\varphi(t)$ – заданная непрерывная $2L-$ мерная вектор-функция; P,Q – заданные слабо заполненные квадратные матрицы размерности $2L \times 2L$: $rang(P,Q) = 2L$; R – заданный $2L$-мерный вектор. Будем предполагать, что в начальный момент времени t_0 заданы множества $U = \{\hat{U}^1,...,\hat{U}^L\}$ возможных значений начальных состояний $u^k(x,t_0) = \hat{u}^k(x) \in \hat{U}^k$, $x \in (0,l^k)$, $k = 1,...,L$, с соответствующими функциями плотности распределения $\mu_{\hat{U}^k}(\hat{u}^k(x))$.

Задача заключается в нахождении таких управляющих вектор-функций $v(x,t) = (v^1(x,t),...,v^L(x,t))$,$t \in [t_0,T]$, при которых некоторый заданный функционал в среднем по всем возможным начальным условиям из множества U имеет минимальное значение. Функционал определен на интервале времени $[\tau,T]$, на котором состояние процесса уже не зависит от начальных условий. Расчетные значения пучка фазовых состояний определяются из решения краевой задачи при различных конкретных возможных начальных условиях $(\hat{U})$ и заданных допустимых значениях оптимизируемых функций $v^k(x,t)$. Получены формулы для компонент градиента функционала по оптимизируемым вектор-функциям, проведены численные эксперименты.

МЕТОД РАЗВЕРТКИ УЗЛА ТЕРМИНАЛЬНОЙ СЕТИ В ОПТИМАЛЬНУЮ УЗЛОВУЮ СЕТЬ ШТЕЙНЕРА

© Багов М.А.[1], Кудаев В.Ч.[2]

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)

[1]e-mail: maratniipma@mail.ru, [2]e-mail: iipru@rambler.ru

В [1,2] представлен подход к построению Р-оптимальной потоковой сети Штейнера. Важной частью этого подхода является преобразование исходной оптимальной терминальной сети в сеть Штейнера на основе развертки узлов терминальной сети (УТС) в узловые структуры Штейнера (УСШ). Суть представляемого здесь метода рассмотрим на примере развертки узла типа «источник – узел –два стока» (Рис.1а). На рис.1 вершина 1- источник, вершина 2 – узел, вершины 3,4 – стоки. В данном случае следует рассмотреть оптимизацию координат двух точек Штейнера (x_5, y_5), (x_6, y_6) на 2-х альтернативных УСШ (Рис.1 б, в):

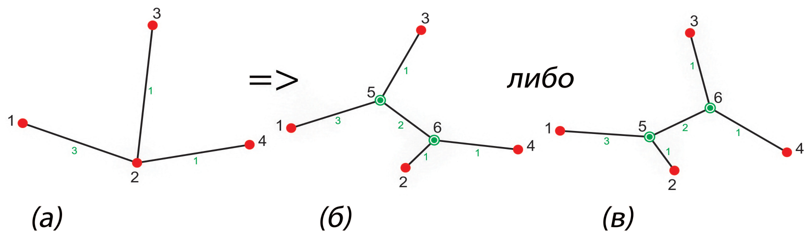


Рис.1 Узел терминальной сети и соответствующие ему узловые структуры Штейнера.

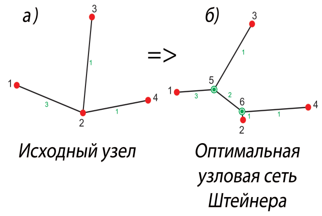
Задача построения оптимальной узловой сети Штейнера состоит в определении на каждом из остовных геометрических графов Γ_1 и Γ_2, отражающих альтернативные УСШ, оптимальных координат точек (x_5, y_5), (x_6, y_6) и выделении из оптимальных решений на структурах наилучшего:

$$F = \min \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{ij\in\Gamma_1} f(q_{ij}^1)\sqrt{\left(x_i^1 - x_j^1\right)^2 + \left(y_i^1 - y_j^1\right)^2} \\ \min \sum_{ij\in\Gamma_2} f(q_{ij}^2)\sqrt{\left(x_i^2 - x_j^2\right)^2 + \left(y_i^2 - y_j^2\right)^2}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где F отражает затраты на создание и эксплуатацию сети, q_{ij} – величину потоков по ветвям графов (Γ_1, Γ_2), $f(q_{ij})$ - удельную стоимость потока по *(i,j)*-й ветви, x_i, y_i – координаты i-й вершины сети.

Верхние индексы 1 и 2 при переменных и параметрах соответствуют графу Γ_1 и Γ_2. Для решения задачи развертывания УТС в оптимальные УСШ разработана программа для ЭВМ на языке C#, являющаяся частью создаваемой программной системы построения Р-оптимальной потоковой сети Штейнера. Ниже представлено оптимальное решение задачи.

Результаты развертки узла в оптимальную узловую структуру Штейнера



№ верш.	X	Y	Потреб. в вершине	Стоки	Потоки	Стоимость сети (отн. ед.)
1	300	396	0	5	3	1352,22
2	653	522	1	0	0	
3	700	80	1	0	0	
4	1000	465	1	0	0	
5	497,51	390,26	0	3;6	1;2	
6	649,16	503,94	0	2;4	1;1	

Затраты на создание и эксплуатацию УСШ (б) составляют 0,94 от затрат на УТС (а).

Литература

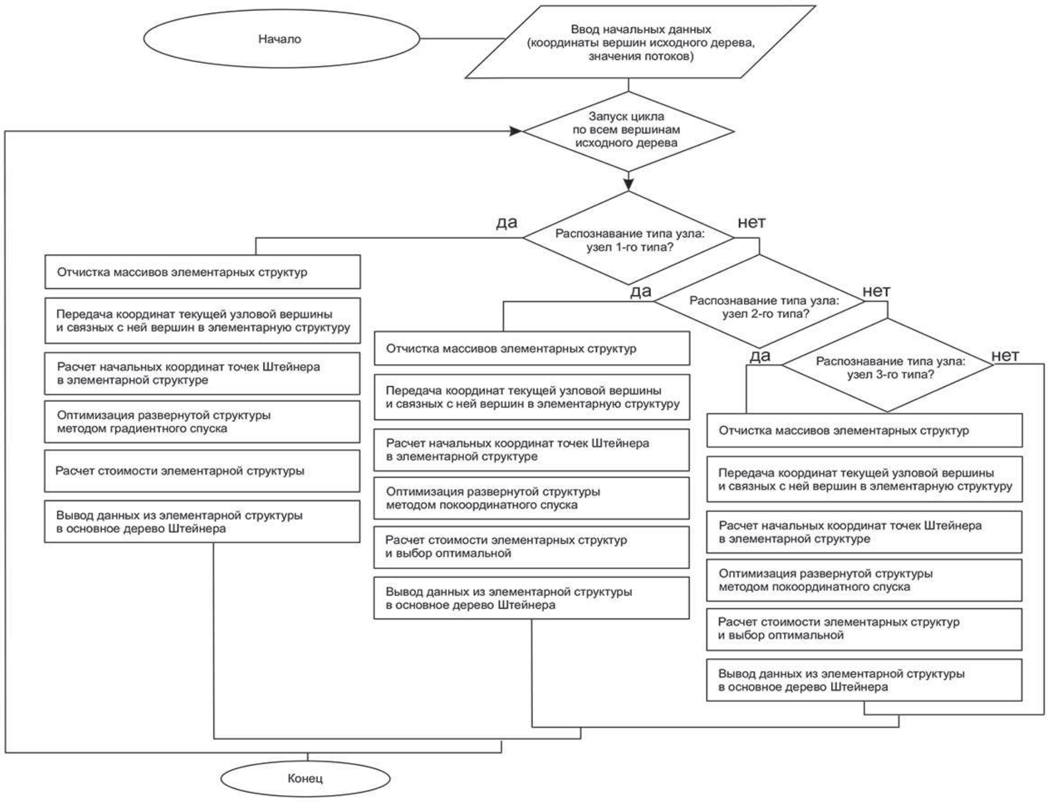
1. *Кудаев В.Ч., Багов М.А.* Преобразование терминальной сети в сеть Штейнера // Известия КБНЦ РАН. 2015. № 6 (68). С. 31-37.
2. *Багов М.А., Кудаев В.Ч.* Математическое моделирование и оптимизация трубопроводной сети Штейнера // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2017. № 1 (73).

АЛГОРИТМ РАЗВЕРТКИ УЗЛА ТЕРМИНАЛЬНОЙ СЕТИ В ОПТИМАЛЬНУЮ УЗЛОВУЮ СЕТЬ ШТЕЙНЕРА

© Багов М.А.

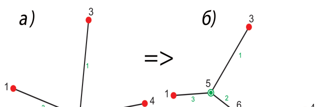
Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: maratniipma@mail.ru

В [1, 2] представлен подход к построению потоковой сети Штейнера. Важной частью этого подхода является преобразование исходной оптимальной терминальной сети в сеть Штейнера на основе развертки узлов терминальной сети (УТС) в узловые структуры Штейнера (УСШ). При этом узлы типа «исток – узел – сток», «исток – узел –два стока», «исток – узел – три стока» развертываются, соответственно, в одну, две и восемь альтернативных УСШ. Ниже представлена блок-схема алгоритма развертки. Алгоритм основан на генерации альтернативных УСШ, решении на каждой из них задачи оптимизации координат точек Штейнера, отборе из полученных оптимальных решений на альтернативных УСШ наилучшей.



Ниже представлено решение задачи развертки для узла типа «исток-узел-два стока» программной системой.

Результаты развертки узла в оптимальную узловую структуру Штейнера



№ верш.	X	Y	Потреб. в вершине	Стоки	Потоки	Стоимость сети (отн. ед.)
1	300	396	0	5	3	1352,22
2	653	522	1	0	0	
3	700	80	1	0	0	
4	1000	465	1	0	0	
5	497,51	390,26	0	3;6	1;2	
6	649,16	503,94	0	2;4	1;1	

Затраты на УСШ (б) составляют 0,94 от затрат на создание УТС (а).

Литература

1. *Кудаев В.Ч., Багов М.А.* Преобразование терминальной сети в сеть Штейнера // Известия КБНЦ РАН. 2015. № 6 (68). С. 31-37.

2. *Багов М.А., Кудаев В.Ч.* Математическое моделирование и оптимизация трубопроводной сети Штейнера // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2017. № 1 (73).

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ОБЛАСТИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© Балкизов Ж.А.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: Giraslan@yandex.ru

На евклидовой плоскости независимых переменных x и y рассматривается уравнение

$$|y|^l u_{xx} - u_{yy} + a|y|^{l/2-1} u_x = 0, \tag{1}$$

где $l = m > 0$ при $y > 0$ и $l = n > 0$ при $y < 0$ ($m \neq n$), a – заданные числа, причем $|a| \leq \min\{m, n\}/2$; $u = u(x, y)$ – искомая функция. Уравнение (1) рассматривается в конечной односвязной области Ω, ограниченной характеристиками $AC_1 : x - \frac{2}{m+2}(-y)^{(m+2)/2} = 0$, $C_1B : x + \frac{2}{m+2}(-y)^{(m+2)/2} = r$, $AC_2 : x - \frac{2}{n+2}y^{(n+2)/2} = 0$, $C_2B : x + \frac{2}{n+2}y^{(n+2)/2} = r$ уравнения (1); $\Omega_1 = \Omega \cap \{y > 0\}$, $\Omega_2 = \Omega \cap \{y < 0\}$; $J = \{(x, y) : 0 < x < r,\ y = 0\}$. *Регулярным в области* Ω решением уравнения (1) назовем решение $u = u(x, y)$ из класса $C\left(\bar{\Omega}\right) \cap C^1\left(\Omega\right) \cap C^2\left(\Omega_1 \cup \Omega_2\right)$, $u_x, u_y \in L(J)$.

Задача 1. *Найти регулярное в области* Ω *решение* $u = u(x, y)$ *уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям:*

$$u(x, y) = \psi_1(x) \qquad \forall\ (x, y) \in AC_1,$$

$$u(x, y) = \psi_2(x) \qquad \forall\ (x, y) \in C_2B,$$

где $\psi_1(x) \in C^1[0, r/2]$, $\psi_2(x) \in C^1[r/2, r]$ *- заданные функции.* При $a = 0$ задача 1 исследована в работе [1]. В данной работе доказана теорема о существовании и единственности регулярного решения задачи 1.

Литература

1. *Кумыкова С.К., Нахушева Ф.Б.* Об одной краевой задаче для гиперболического уравнения, вырождающегося внутри области // Дифференц. уравнения. 1978. Т. XIV, № 1. С. 50 - 64.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СМЕШАННОГО ТИПА, СОДЕРЖАЩЕГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ОПЕРАТОР

© Балтаева У.И.

Национальный университет Узбекистана (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: umida_baltayeva@mail.ru

Пусть Ω_1 – область, ограниченная отрезками AB, BB_0, AA_0, A_0B_0 прямых $y = 0,\ x = 1,\ x = 0,\ y = h$ соответственно при $y > 0$; Ω_2 – характеристический треугольник, ограниченный отрезком AB оси Ox и двумя характеристиками $AC: x + y = 0$, $\ BC: x - y = 1$ при $y < 0$, $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup AB$.

В области Ω рассмотрим линейное нагруженное [1] уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x}(Lu) = \mu \sum_{i=1}^{n} a_i D_{0x}^{\alpha_i}[u_y(x,0) - u(x,0)], \qquad (1)$$

где $Lu \equiv u_{xx} - \frac{1-\operatorname{sgn} y}{2} u_{yy} - \frac{1+\operatorname{sgn} y}{2} u_y - \lambda u$, $D_{0x}^{\alpha_i}$– оператор дробного (в смысле Римана-Лиувилля) интегрирования порядка α_i при $\alpha_i <\ 0$ и дробного дифференцирования порядка α_i при $0 < \alpha_i < 1$, коэффициенты $a_i = a_i(x)$, λ, μ– действительные постоянные.

Задача T. *Требуется найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами: 1) $u(x,y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega)$; 2) $u_x(u_y)$ непрерывна вплоть до $AA_0 \ \cup AC \ \ (AC)$; 3) $u(x,y)$ является регулярным решением уравнения (1) в областях Ω_1 и Ω_2; 4) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям*

$$u(x,y)|_{AA_0} = \varphi_1(y),\ \ u(x,y)|_{BB_0} = \varphi_2(y),\ \ u_x(x,y)|_{AA_0} = \varphi_3(y), \qquad (2)$$

$$u(x,y)|_{AC} = \psi_1(x), \quad \left.\frac{\partial u(x,y)}{\partial n}\right|_{AC} = \psi_2(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}, \qquad (3)$$

где $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$, $\varphi_3(y)$, $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$ – заданные функции, причем $\varphi_1(0) = \psi_1(0)$.

Теорема. *Если $\lambda > 0$, $a_i = a_i(x) \in C^1[0,1] \cap C^3(0,1)$ и выполнены условия $\varphi_j(y) \in C^1\,[0,1]$, $(j = 1,2)$, $\varphi_3(y) \in C\,[0,1] \cap C^1(0,1)$, $\psi_1(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^3\,(0,1/2)$, $\psi_2(x) \in C[0,1/2] \cap C^2\,(0,1/2)$, то в области Ω существует единственное решение задачи* T.

Однозначная разрешимость поставленной задачи доказывается с помощью теории интегральных уравнений.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.

К ОПИСАНИЮ ТЕМПЕРАТУРНОЙ И БАРИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕРГЕЛЯ

© Бейбалаев В.Д.[1,2], Эмиров С.Н.[1], Аливердиев А.А.[1,2], Амирова А.А.[3], Эмиров С.Н.[3]

[1]Институт проблем геотермии ДНЦ РАН (Россия, Махачкала)
[2]Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)
[3] Институт физики ДНЦ РАН (Россия, Махачкала)
e-mail: kaspij_03@mail.ru

Экспериментальные исследования при высоких температурах и давлениях позволяют выяснять закономерности изменения процессов теплопереноса в многокомпонентных средах, к каковым, в частности, относятся горные породы, и выявлять связи распределения температур и плотности теплового потока с геотектоническим строением земной коры конкретного региона. Изучение теплофизических свойств горных пород является предметом геофизических исследований и имеет большое значение для понимания природы термодинамических и физико-химических процессов.

На основе экспериментальных измерений, проведенных стационарным методом, получены данные о влиянии температуры 273-523 К и давления до 400 МПа на теплопроводность образцов мергеля. Получено уравнение, описывающее зависимость теплопроводности мергеля от давления и температуры вида

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\alpha} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\beta}, \qquad (1)$$

где $\lambda_0 = 1.63$ Вт/(м·К) коэффициент теплопроводности при $P_0 =$ 0.1 МПа, $T_0 = 273K$, $\alpha = 0.033$, $\beta = 0.329$ - постоянные определенные опытным путем. После постановки постоянных α, β и начальных значений температуры, теплопроводности и давления в (1) уравнение примет вида

$$\lambda = 0.277 \cdot P^{0.033} \cdot T^{0.329}. \qquad (2)$$

Полученное уравнение (2) позволяет определить теплопроводность газонасыщенного мергеля в зависимости от температуры и давления, что поможет моделированию процессов теплопереноса и прогнозированию глубинных температур.

Работа частично поддержана грантом РФФИ, проект № 16-08-00067 а.

Литература

1. *Эмиров С.Н., Рамазанова А.Э.* // Известия РАН. Серия Физическая. 2013. Т. 77, № 3. С. 317.
2. *Воларович М.М., Баюк Е.И., Левикин А.И., Тимошевская И.С.* Физико-механические свойства горных пород и минералов при высоких давлениях. М.: Наука, 1974. 223 с.
3. *Пью Х.Л.* Механические свойства материалов под высоким давлением. М.: Мир, 1973. 300 с.
4. *Свенсон К.* Физика высоких давлений. М.: Из-во иностр. лит., 1963. 218 с.

НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ МАККЕНДРИКА – ФОН ФЕРСТЕРА С ОПЕРАТОРОМ КАПУТО

© Березгова Р.З.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: berezgova.rita@gmail.com

В области $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$ рассмотрим следующее уравнение

$$u_x + \partial_{0t}^{\alpha} u + \mu(x,t)u + \sum_{i=1}^{m} \mu_i(x,t)u(x_i,t) = 0, \qquad (1)$$

где ∂_{0t}^{α} – оператор Капуто порядка $\alpha \in]0,1]$ [1, с. 11]. Уравнение (1) является нелокальным и оно относится к классу нагруженных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. При $\alpha = 1$, $\mu_i(x,t) \equiv 0, \forall\ i = \overline{1,m}$ уравнение (1) носит название уравнения неразрывности Маккендрика – фон Ферстера [2, с. 244].

Для изучения динамики численности популяции присоединим к уравнению (1) уравнение рождаемости

$$u(0,t) = \int_0^l \beta(\xi,t)u(\xi,t)d\xi, \quad 0 \le t \le T, \qquad (2)$$

и зададим начальное распределение популяции по возрастам

$$u(x,0) = \tau(x), \quad 0 \le x \le l. \qquad (3)$$

Функция $u = u(x,t)$ интерпретируется как численность популяции возраста $x \in [0,l]$ в момент времени $t \in [0,T]$, $\mu(x,t)$ – коэффициент смертности, $\sum\limits_{i=1}^{m} \mu_i(x,t)u(x_i,t)$ – характеризует изъятие из популяции в каждый момент времени t особей возрастов $x_1, x_2, ..., x_m$, l – предельный возраст, $\beta(x,t) \in C([0,l] \times [0,T])$ – коэффициент рождаемости, $\tau(x) \in C[0,l]$ – заданная функция.

В работе исследована следующая

Задача. *Найти решение* $u(x,t) \in C(\overline{\Omega})$ *уравнения (1), удовлетворяющее условиям (2)-(3).*

Задача (2)–(3) для уравнения (1) при $\alpha = 1$, $m = 1$, $\mu_1(x,t) = \lambda_0$ исследована в работе [3].

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.

2. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.

3. *Кайгермазов А.А., Кудаева Ф.Х.* Об одной математической модели динамики возрастной структуры // Естественные и математические науки в современном мире. 2014. № 25. С. 17-26.

НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ РИМАНА-ЛИУВИЛЛЯ

© Бештоков М.Х.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова (Россия, Нальчик)

e-mail: beshtokov_murat@rambler.ru

В замкнутом цилиндре $\overline{Q}_T = \{(x,t) : 0 \le x \le l,\ 0 \le t \le T\}$ рассмотрим следующую нелокальную краевую задачу

$$D_{0t}^{\alpha}u = \frac{1}{x^m}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^m k(x,t)\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{1}{x^m}D_{0t}^{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\Big(x^m \eta(x)\frac{\partial u}{\partial x}\Big) +$$

$$+ r(x,t)\frac{\partial u}{\partial x} - q(x,t)u + f(x,t),\ 0 < x < l,\ 0 < t \le T, \qquad (1)$$

$$\lim_{x \to 0} x^m \Pi(x,t)\Big(x,t\Big) = 0,\ 0 \le t \le T, \qquad (2)$$

$$-\Pi\,(l,t)=\beta(t)u(l,t)+D_{0t}^{\alpha}u(l,\tau)-\mu(t), \tag{3}$$

$$D_{0t}^{\alpha-1}(x,0)=u_0(x),\ 0\leq x\leq l, \tag{4}$$

где $D_{0t}^{\alpha}u=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{d}{dt}\int\limits_0^t\frac{u(x,\tau)}{(t-\tau)^{\alpha}}d\tau$ – дробная производная в смысле Римана-Лиувилля порядка $\alpha,\ \ 0<\alpha<1,$

$$0<c_0\leq k(x,t),\eta(x),q(x,t),r(x,t),r_x(x,t)\leq c_1, 1\leq m\leq 2, \tag{5}$$

$$\eta_t,k_t,q_t,r(l,t),r(0,t),\beta_t\leq 0,\beta\geq c_0>0,\Pi(x,t)=ku_x+D_{0t}^{\alpha}(\eta u_x).$$

Теорема. *Пусть выполнены условия* (5), *тогда для решения дифференциальной задачи (1)–(4) справедлива априорная оценка*

$$\|x^{\frac{m}{2}}U\|_0^2+\|x^{\frac{m}{2}}U_x\|_0^2\leq$$

$$\leq M\left(\int_0^t\Big(\|x^{\frac{m}{2}}f\|_0^2+\mu^2(t)\Big)d\tau+\|x^{\frac{m}{2}}u_0(x)\|_0^2+\|x^{\frac{m}{2}}u_0'(x)\|_0^2+U^2(l,0)\right),$$

где M – зависит только от входных данных задачи (1)–(4).

Из оценки следуют единственность и устойчивость решения задачи (1)–(4) по начальным данным и правой части.

ЛОКАЛЬНО-ОДНОМЕРНАЯ СХЕМА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ОБЩЕГО ВИДА С НЕЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ

© Бештокова З.В., Шхануков-Лафишев М.Х.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: zarabaeva@yandex.ru

Рассматривается локально-одномерная схема для уравнения параболического типа общего вида в р-мерном параллелепипеде. Получена априорная оценка для решения локально-одномерной схемы, и доказана её сходимость.

Нелокальной краевой задаче для уравнения параболического типа в р-мерном параллелепипеде посвящены работы [1,2].

В цилиндре $Q_T=G\times(0,T]$, основанием которого является прямоугольный параллелепипед $G=\{x=(x_1,x_2,...,x_p):0<x_\alpha<l_\alpha,$ $\alpha=1,2,...,p\}$ с границей Γ, рассматривается задача

$$\frac{\partial u}{\partial t}=Lu+f(x,t),\ \ u|_{\Gamma}=0,\ u(x,0)=u_0(x),$$

где $0 < c_0 \le k_\alpha(x,t) \le c_1,\ |r_\alpha(x,t)|, |q_\alpha(x,t)| \le c_2,\ Lu = \sum\limits_{\alpha=1}^{p} L_\alpha u,$

$$L_\alpha u = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right) + r_\alpha(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_\alpha} - q_\alpha(x,t)u - \int_0^{l_\alpha} u dx_\alpha.$$

Для решения соответствующей разностной задачи получена оценка

$$\|y^{j+1}\|^2_{L_2(\overline{\omega}_h)} + \sum_{j'=0}^{j}\tau\sum_{\alpha=1}^{p}\|y_{\bar{x}_\alpha}]|^2_{L_2(\overline{\omega}_h)} \le$$

$$\le M(t)\left[\sum_{j'=0}^{j}\tau\sum_{\alpha=1}^{p}\|\varphi^{j'+\frac{\alpha}{p}}\|^2_{L_2(\overline{\omega}_h)} + \|y^0\|^2_{L_2(\overline{\omega}_h)}\right],$$

откуда следует сходимость схемы со скоростью $O(|h|^2+\tau), |h|^2 = \sum\limits_{\alpha=1}^{p} h_\alpha^2$.

Литература

1. *Чудновский Л.Ф.* Некоторые коррективы в постановке и решении задач тепло- и влагопереноса в почве // Сб. трудов по агрофизике. Гидрометеоиздат. Вып.23. 1969. С. 41-54.

2. *Баззаев А.К., Гутнова Д.К., Шхануков-Лафишев М.Х.* Локально-одномерная схема для параболического уравнения с нелокальным условием // Журнал вычисл. матем. и матем. физика. 2012. Т. 52, № 6. С. 1048-1057.

3. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.

ЗАДАЧИ КОШИ И ДИРИХЛЕ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРАМИ ДЖРБАШЯНА-НЕРСЕСЯНА

© Богатырева Ф.Т.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: fatima_bogatyreva@bk.ru

Оператор дробного дифференцирования порядка α, ассоциированный с последовательностью $\{\gamma_k\}_0^n \equiv \{\gamma_0, \gamma_1, ..., \gamma_n\}$ называется оператором Джрбашяна–Нерсесяна и определяется соотношением [1]

$$D_{0x}^{\{\gamma_0,\gamma_1,...,\gamma_n\}}u(x) = D_{0x}^{\gamma_n-1}D_{0x}^{\gamma_{n-1}}...\, D_{0x}^{\gamma_1}D_{0x}^{\gamma_0}u(x), \qquad (1)$$

где D_{0x}^{γ}– оператор дробного интегро-дифференцирования в смысле Римана–Лиувилля [2].

Рассмотрим уравнение

$$Lu(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k D_{0x}^{\{\gamma_0,\gamma_1,\ldots,\gamma_k\}} u(x) = f(x),\; x \in (0,1), \qquad (2)$$

где оператор дробного дифференцирования Джрбашяна-Нерсесяна имеет порядок $\alpha = \sum\limits_{j=0}^{n} \gamma_j - 1 > 0,\ \gamma_k \in (0,1],\ a_n = 1,\ a_k -$ const, $f(x)$ – заданная действительная функция.

Оператор (1) введен в работе [1], где авторами доказывается теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения (2) с переменными коэффициентами. В работе [3] для уравнения (2), в случае оператора Римана-Лиувилля, сформулирована и решена начальная задача, построено явное представление решения в терминах функции Райта. Там же получены необходимые и достаточные условия разрешимости начальной задачи. В работе [4] для уравнения (2), в случае оператора Капуто, решены задачи Дирихле и Неймана, найдены соответствующие функции Грина.

В данной работе найдено фундаментальное решение уравнения (2), построено решение задачи Коши и найдена функция Грина задачи Дирихле.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00462.

Литература

1. *Джрбашян М.М., Нерсесян А.Б.* Дробные производные и задача Коши для дифференциальных уравнений дробного порядка // Изв. АН АрмССР. Матем. 1968. С. 3-28.

2. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.

3. *Псху А.В.* Начальная задача для линейного обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка // Математический сборник. 2011. Т. 202, № 4. С. 111-122.

4. *Гадзова Л.Х.* Задачи Дирихле и Неймана для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с постоянными коэффициентами // Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 51, № 12. С. 1580-1586.

О ФУНКТОРНО-ОБОБЩЕННОЙ ПОДГРУППЕ ФРАТТИНИ В ГРУППАХ С ОПЕРАТОРАМИ

© Бородич Р.В.[1], Селькин М.В.[2], Бородич Е.Н.[3]

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины (Беларусь, Гомель)

[1]e-mail: Borodich@gsu.by, [2]e-mail: Selkin@gsu.by, [3]e-mail: e-borodich@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. Пусть $\mathfrak{X}$ произвольный непустой класс групп. Сопоставим со всякой группой $G \in \mathfrak{X}$ некоторую систему подгрупп $\tau(G)$. Согласно [1] будем говорить, что τ — подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор (подгрупповой функтор на $\mathfrak{X}$), если для всякого эпиморфизма $\phi : A \mapsto B$, где $A, B \in \mathfrak{X}$, выполнены включения $(\tau(A))^{\phi} \subseteq \tau(B)$, $(\tau(B))^{\phi^{-1}} \subseteq \tau(A)$, и, кроме того, для любой группы $G \in \mathfrak{X}$ имеет место $G \in \tau(G)$.

Если $\mathfrak{X} = \mathfrak{G}$ — класс всех групп, то подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор называют просто подгрупповым функтором.

Функтор θ будем называть абнормально полным, если для любой группы G среди множества $\theta(G)$ содержатся все абнормальные подгруппы группы G.

Пусть θ – подгрупповой функтор. Обозначим $\Phi_{\theta}^{\mathfrak{F}}(G, A) = \cap M_G$, где M пробегает множество всех максимальных A-допустимых θ-подгрупп из G, не содержащих $\mathfrak{F}$корадикал. Если в G таких подгрупп нет, то положим $\Phi_{\theta}^{\mathfrak{F}}(G, A) = G$.

В случае, когда θ тривиальный функтор, а группа операторов A единична, то введенная подгруппа совпадает с подгруппой $\Delta^{\mathfrak{F}}(G)$ [2].

Теорема. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$, $\mathfrak{F}$ – S_n-замкнутая локальная формация, θ – абнормально полный подгрупповой функтор. Тогда $\Phi_{\theta}^{\mathfrak{F}}(G, A) = A \times B$, где $A \in \mathfrak{F}$, $B \subseteq \Phi_{\theta}(G, A)$, $\pi(B) \cap \pi(\mathfrak{F}) = \emptyset$.*

Следствие. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$, $\mathfrak{F}$ – S_n – замкнутая локальная формация, содержащая все нильпотентные группы, θ – абнормально полный подгрупповой функтор. Тогда $\Phi_{\theta}^{\mathfrak{F}}(G, A) \in \mathfrak{F}$ для любой группы G.*

Следствие. *Пусть $\mathfrak{F}$ – S_n – замкнутая локальная формация. Тогда $\Delta^{\mathfrak{F}}(G) = A \times B$, где $A \in \mathfrak{F}$, $B \subseteq \Phi(G)$, $\pi(B) \cap \pi(\mathfrak{F}) = \emptyset$.*

Литература

1. *Скиба А.Н.* Алгебра формаций. Мн.: Беларуская навука, 1997. 240 с.

2. *Селькин М.В.* Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. Мн.: Беларуская навука, 1997. 144 с.

ПРИНЦИП ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ТЕРМИНАЛЬНОЙ СЕТИ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ

© Бухурова М.М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: mareta.bukhurova@mail.ru

При решении сетевой задачи Штейнера на первом этапе решается задача не содержащая точек Штейнера – задача синтеза терминальной сети с одним источником [1]. Данная задача состоит в следующем:

$$z = \sum_{ij \in D} c_{ij}(v_{ij}) l_{ij} \to \min, \tag{1}$$

$$\sum_{i \in \Gamma_j^+} v_{ij} - \sum_{k \in \Gamma_j^-} v_{jk} = g_j, \forall j \neq 1 \in B, \quad \sum_{j \in \Gamma_i^-} v_{1j} = \sum_{i \in B} g_i = Q_1, \tag{2}$$

$$v_{ij} \geq 0 \qquad \forall ij \in D, \tag{3}$$

где $\Gamma(B, D)$ – заданный конечный, связный, вообще говоря, двузвенный орграф, моделирующий возможные соединения узлов (вершин) сети друг с другом; B и D – множества его вершин и дуг; v_{ij}, c_{ij}, l_{ij} – соответственно искомое значение потока по ij-ой дуге (ветви) сети, его удельная (на единицу длины) стоимость и заданная длина ветви; Q_1, g_j – заданный поток в сеть, заданный расход потока в j-ом узле (вершине) сети соответственно.

Целевая функция (1) отражает стоимость сети. Ограничения (2), (3) учитывают законы теории сетей и требования по обеспечению потребителей сети потоками.

Сформулирован системный принцип оптимальности для терминальной сети с одним источником и проведен вычислительный эксперимент на графах, имеющих регулярную структуру и одни и те же нормативные данные в узлах и на ветвях.

Литература

1. *Кудаев В.Ч., Багов М.А.* Преобразование терминальной сети в сеть Штейнера // Известия КБНЦ РАН. 2015. № 6 (68). С. 31-37.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ВОЗОБНОВЛЯЕМОЙ ЭНЕРГИЕЙ

© Бучацкий П.Ю.

Адыгейский государственный университет (Россия, Майкоп)
e-mail: butch_p99@mail.ru

Системы энергоснабжения с возобновляемой энергией характеризуются целым рядом признаков и свойств, отражающим взаимодействие элементов с внешними и внутренними связями. Исследование энергетических комплексов (ЭК), использующих совокупность возобновляемой энергии различной природы, представляет собой сложную проблему, вследствие необходимости учета неопределенности исходной информации. Непосредственное исследование таких систем путем организации натурного эксперимента связано со значительными трудностями и материальными затратами. Поэтому основным методом изучения ЭК и процессов, протекающих в них, является моделирование, которое позволяет рассматривать большое число альтернативных вариантов, совершенствовать процесс принятия решений и точнее прогнозировать их последствия.

При исследовании и оптимизации ЭК могут быть использованы физические, математические и гибридные модели.

Физическая модель ЭК представляет собой аналоговую систему, параметры которой однозначно соответствуют параметрам реального объекта [1]. В этом случае элементам системы приведены в соответствие физические эквиваленты, воспроизводящие структуру, основные свойства и соотношения изучаемого объекта.

Математической моделью ЭК [2] является система математических соотношений, описывающих изучаемый объект. Процессам поступления энергии от источников преобразования ее в генераторах и потребления энергии нагрузкой приведен в соответствие математический эквивалент, имеющий входные и выходные параметры, обеспечивающие синтез системы в математическую модель.

В случае, когда аналитические способы описания модели отсутствуют или затруднены, используют имитационное моделирование [3] - проведение на ЭВМ численных экспериментов с математической моделью, описывающих поведение системы в течение периодов времени заданной продолжительности. При ограниченной возможности проведения натурных экспериментов на ЭК для этой цели используются гибридные модели.

Гибридная модель ЭК [4] – это модель, объединяющая математические и физические эквиваленты элементов ЭК с помощью ЭВМ в единый контур моделирования. Такое объединение позволяет создать более гибкую систему моделирования, сочетающую достоинства обоих методов.

Использование рассмотренных видов моделей позволит наиболее полно провести исследование системы энергоснабжения с возобновляемой энергией.

Литература

1. *Веников В.А.* Теория подобия в моделировании. М.: Высшая школа, 1976. 176 с.

2. *Советов Б.Я., Яковлев С.А.* Моделирование систем. М.: Высшая школа, 1985. 271 с.

3. *Шеннон Р.* Имитационное моделирование систем - искусство и наука. М.: Мир, 1978. 301 с.

4. *Симанков В.С., Зангиев Т.Т., Тышенко В.Ю.* Имитационное моделирование при исследовании и проектировании энергетических комплексов с нетрадиционными возобновляемыми источниками энергии // Моделирование электроэнергетических систем. Рига. 1987.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДУКЦИОННЫХ ПРАВИЛ ВЫЯВЛЕНИЯ ТИПА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТЕЙ ПЕТРИ

© Бучацкая В.В.[1], Теплоухов С.В.[2]

Адыгейский государственный университет (Россия, Майкоп)

[1]e-mail: buch_vic@mail.ru, [2]e-mail: mentory@mail.ru

В сложных системах различные признаки часто являются неполными, недостоверными и несвоевременными, что соответствует неопределенности исходных данных. В [1] была представлена классификация по степени неопределенности, которая содержит 3 вида: детерминированная, стохастическая и нечеткая. Очевидно, что тип неопределенности зависит от ряда количественных особенностей исходной информации, например, размер выборки, стационарности процесса, формы закона распределения и т.д. Соотнесение этих характеристик исходной информации и типа неопределенности возможно с использованием продукционных правил.

Примерами таких правил являются: если процесс стационарен, то стохастическая неопределенность; если выборка мала, то нечеткая неопределенность; если закон распределения известен, то детерминированная неопределенность.

Подобные правила можно представить, используя сети Петри [2], т.к. существует конечное число исходных параметров и результирующих видов неопределенности.

В открытой, бесплатной среде CPN TOOLS была реализована модель, включающая около 10 продукционных правил, связанных с выбором типа неопределенности, структура которой представлена на рисунке. Правила задаются в виде функций на языке CPN TOOLS. Правило, сопоставляющее малый размер выборки (меньше 15 элементов) и нечеткого типа неопределенности имеет вид:

fun isSmallSize(datasize)=

if datasize < 15 then "Нечеткая" else "Другая";

Задавая остальные правила аналогичным образом, имеем возможность смоделировать процесс определения типа неопределенности в зависимости от параметров исходной информации.

Таким образом, процесс выявления типа неопределенности исходной информации на основе количественных характеристик выборки описывается набором продукционных правил, в виде сети Петри, которая реализована в среде CPN Tools.

Литература

1. *Симанков В.С.* Компьютерное моделирование. 2-е изд., перераб. и доп. Учебник. М.: ООО "Бином-Пресс", 2012. 350 с.

2. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем. М.: Мир, 1984. 264 с.

ЦЕЛЫЕ ТОЧКИ НА ГИПЕРБОЛОИДЕ

© Быковский В.А.

Институт прикладной математики ДВО РАН (Россия, Хабаровск)
e-mail: Vab@iam.khv.ru

О РЕГУЛЯРНЫХ КЛАССАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПУЧКОВ ОПЕРАТОРОВ С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© Вагабов А.И.

Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)
e-mail: algebra-dgu@mail.ru

Рассматривается нерегулярная краевая задача с параметром для пучка:

$$l(y) \equiv \left(\frac{d^2}{dx^2} - \lambda^2\right)^4 y(x),\ 0 < x < 1,\ y(1) = 0,\ \frac{d^s y(0)}{dx^s} = 0,\ s = \overline{0,7}.$$

Опираясь на фундаментальную систему решений $y_j(x) = x^{j-1}e^{\lambda x}$, $y_{j+4}(x) = x^{j-1}e^{-\lambda x}$, $j = \overline{1,4}$ уравнения $l(y) = 0$ строится мераморфная по параметру λ функция Грина $G(x, \xi, \lambda)$. Доказана

Теорема. *Пусть $f_k(x)$, $k = \overline{0,7}$, $0 < x < 1$ восьмикратно непрерывно дифференцируемые функции равные нулю вместе со всеми производными при $x = 0, 1$. Справедлива формула 8-кратного разложения по корневым функциям пучка*

$$\lim_{\nu\to\infty} \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int\limits_{C_\nu} \lambda^s d\lambda \int\limits_0^1 G(x, \xi, \lambda) \sum_{k=0}^{7} \frac{l(f_k(\xi))}{\lambda^{k+1}} d\xi = f_s(x),\ s = \overline{0,7},$$

C_ν - последовательность расширяющихся замкнутых контуров проходящих вне δ- окрестности полюсов функции Грина.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПРОЕКТОРОВ ЧАСТИЧНО РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

© Васильева Т.И.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
Белорусский государственный университет транспорта (Беларусь, Гомель)
e-mail: tivasilyeva@mail.ru

Все рассматриваемые группы конечные. Одним из утверждений теоремы Силова является утверждение о вложении всякой p-подгруппы группы в некоторую силовскую p-подгруппу. Аналогичным свойством вложения согласно теореме Холла-Чунихина обладают π-холловы подгруппы относительно π-подгрупп π-разрешимой группы. При этом силовские p-подгруппы группы для класса всех p-групп $\mathfrak{S}_p$ являются $\mathfrak{S}_p$-проекторами группы, а π-холловы подгруппы π-разрешимой группы для класса $\mathfrak{S}_\pi$ всех разрешимых π-групп, соответственно, $\mathfrak{S}_\pi$-проекторами группы. Вместе с тем для многих классов групп, например, всех нильпотентных групп $\mathfrak{N}$, всех сверхразрешимых групп $\mathfrak{U}$, нильпотентная подгруппа может не вкладываться в $\mathfrak{N}$-проектор, а сверхразрешимая подгруппа – в $\mathfrak{U}$-проектор. В связи с этим Л.А. Шеметковым в [1] была поставлена задача: найти условия, при которых фиксированная $\mathfrak{X}$-подгруппа содержится в $\mathfrak{X}$-проекторе группы.

В настоящем сообщении эта задача рассматривается в классе всех π-разрешимых групп. Для класса Шунка $\mathfrak{X} = \mathfrak{G}_{\pi'}\mathfrak{X}$ во всякой π-разрешимой группе $\mathfrak{X}$-проекторы существуют и сопряжены [2]. Напомним, что подгруппа H группы G называется префакторизуемой относительно $G = AB$, если $H = (H \cap A)(H \cap B)$, где A и B – некоторые подгруппы из G.

Теорема. *Пусть $\mathfrak{X} = \mathfrak{G}_{\pi'}\mathfrak{X}$ – класс Шунка и $G = AB$ – π-разрешимая группа с нормальной подгруппой A. Если H – $\mathfrak{X}$-проектор подгруппы B такой, что $\pi(H) \cap \pi(A) = \emptyset$, то H содержится в некотором префакторизуемом $\mathfrak{X}$-проекторе группы G.*

Следствие. *Если в разрешимой группе $G = AB$ подгруппа A нормальна в G, а подгруппа B имеет подгруппу Картера H такую, что $\pi(H) \cap \pi(A) = \emptyset$, то H содержится в некоторой префакторизуемой подгруппе Картера группы G.*

Литература

1. *Шеметков Л.А.* Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. 272 с.
2. *Covaci R.* Projectors with respect to some special Schunck classes // Stud. Univ. Babes-Bolyai. Math. 2001. XLVI, № 3. С. 21-32.

ТИПИЧНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ПРОСТРАНСТВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

© Ветохин А.Н.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
(Россия, Москва)
e-mail: anveto27@yandex.ru

Напомним определение топологического давления [1, стр. 623]. Пусть (X, d) – компактное метрическое пространство, $f : X \to X$ –

непрерывное отображение. Для непрерывной функции $\varphi : X \to \mathbb{R}$, натурального числа n и $x \in X$ положим по определению $S_n(\varphi)(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \varphi(f^i(x))$. Наряду с исходной метрикой d определим на X дополнительную систему метрик $d_n^f(x,y) = \max_{0 \le i \le n-1} d(f^i(x), f^i(y))$, $n \in \mathbb{N}$. Обозначим через $B^f(x,\varepsilon,n)$ открытый шар $\{y \in X : d_n^f(x,y) < \varepsilon\}$. Множество $E \subset X$ называется (f,ε,n) – покрытием, если $X \subset \bigcup_{x \in E} B^f(x,\varepsilon,n)$. Пусть $S_d(f,\varphi,\varepsilon,n) = \inf_E \sum_{x \in E} e^{S_n(\varphi(x))}$, где точная нижняя грань берется по всем конечным (f,ε,n) – покрытиям. *Топологическим давлением* динамической системы, порожденной непрерывным отображением f относительно φ, называется величина

$$P_\varphi(f) = \lim_{\varepsilon \to 0} \limsup_{n \to \infty} \frac{1}{n} \ln S_d(f,\varphi,\varepsilon,n).$$

Для того, чтобы получить классическое определение *топологической энтропии*, нужно в качестве φ взять функцию тождественно равную нулю.

Пусть $C(X,X)$ – пространство непрерывных отображений из X в X с топологией равномерной сходимости. В работе [2] установлено, что топологическая энтропия, рассматриваемая как функционал на пространстве $C(X,X)$, является полунепрерывной снизу функцией в типичной по Бэру точке пространства $C(X,X)$ (свойство точки топологического пространства называется *типичным по Бэру*, если множество точек, обладающих этим свойством, содержит всюду плотное множество типа G_δ.

Теорема 1. *Для каждой непрерывной функции φ функция $P_\varphi : C(X,X) \to \mathbb{R}$ принадлежит второму классу Бэра и ее сужение на некоторое всюду плотное множество типа G_δ непрерывно.*

Теорема 2. *В типичной по Бэру точке пространства $C(X,X)$ для каждой непрерывной функции φ функция $P_\varphi : C(X,X) \to \mathbb{R}$ полунепрерывна снизу.*

Литература

1. *Каток А. Б., Хасселблат Б.* Введение в современную теорию динамических систем. М.: Факториал, 1999.

2. *Ветохин А.Н.* Типичное свойство топологической энтропии непрерывных отображений компактов. Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 4. С. 441-446.

РЕКУРРЕНТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ СОСТОЯНИЯ

© Винокурский Д.Л., Обласова И.Н.

Северо-Кавказский государственный университет (Россия, Ставрополь)
e-mail: dlvinokursky@gmail.com

В теории функционала электронной плотности энергию молекулярной системы можно записать в виде:

$$E_{tot} = E_{band} - \frac{1}{2}\int n\left(\mathbf{r}\right) V_H dV - \int Tr\left(V_{xc} n\left(\mathbf{r}\right)\right) dV + E_{xc}, \qquad (1)$$

где E_{band} - зонная энергия, V_H - потенциал Хартри, V_{xc} - потенциал обменно-корреляционного взаимодействия, Tr - операция вычисления следа матрицы.

Используя развитый выше формализм функций Грина можно определить матрицу плотности:

$$\rho_{ij}^{(\sigma)} = -\frac{1}{\pi} Im \int G_{ij}^{(\sigma)}\left(E + i\varepsilon\right) f\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) dE. \qquad (2)$$

Здесь $f\left(x\right) = 1/\left[\exp\left(x\right) + 1\right]$ - функция Ферми и ε – бесконечно малая положительная величина. Как видно из формулы (3) плотность состояний в кристалле полностью определяется плотностью электрического заряда, которая может быть определена из функционала (1) или (2). Также через функции Грина может быть определена и заселенность орбиталей по Милликену:

$$N_{ele} = 2\sum_i \left[-\frac{1}{\pi}\operatorname{Im}\int G_{ij}^{(\sigma)}\left(E + i\varepsilon\right) f\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) dE\right]. \qquad (3)$$

Энергия, плотность состояний, любой сложной молекулярной системы (кластер, твердое тело, большие молекулы) определяются через гамильтониан H [1].

Применение рекуррентных методов позволяет точно определить плотность состояний многомолекулярных систем.

Литература

1. *Займан Дж.* Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1974.

2. *Taisuke O.* Note on recursion methods. Ibaraki. Japan. 2003.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЛИНЫ УЛИЦЫ С ДОМАМИ РАЗНОЙ ВЫСОТЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ ВНУТРИ НЕЕ

© Волик М.В.

Финансовый университет при Правительстве РФ (Россия, Москва)
Южный математический институт ВНЦ РАН (Россия, Владикавказ)
e-mail: volikmv@mail.ru

В работе проводится сравнение результатов трехмерных расчетов двумерных конфигураций для улицы с домами разной высоты с использованием приложения OpenFOAM. Высота дома на наветренной стороне составляла 10м, высота дома на подветренной стороне – 20м, ширина улицы – 20м. Исследовалось влияние длины улицы (60м и 120м) на картину течения воздуха [1] и распространение загрязняющих веществ. Получено, что в центральной части улиц образуется двухвихревая структура, а ближе к краю – одновихревая структура. Результаты расчетов показали, что через 200 секунд после активизации источников газообразных загрязняющих веществ, расположенных на входе в расчетную область, в центральном сечении и на краю улицы длиной 120м на уровне пешеходов наблюдается значительно большая концентрация загрязняющих веществ, чем в аналогичных сечениях улицы длиной 60м. Также в более длинной улице наблюдается максимальная концентрация загрязняющих веществ в сечении, где происходит переход от одновихревой структуры к двухвихревой [1]. В обоих вариантах на уровне пешеходов загрязняющие вещества накапливаются на окраинах улиц и слабым течением вдоль домов переносятся к центру улиц в небольшом количестве.

Полученные результаты расчетов показали значительное влияние длины улицы рассмотренной конфигурации не только на картину течения внутри нее, но и на распространение газообразных загрязняющих веществ от внешних источников.

Литература

1. *Волик М.В.* Исследование влияния длины улицы с домами разной высоты на картину течения воздуха в ней // Материалы Международной конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и информатики” и XIV Школы молодых ученых “Нелокальные краевые задачи и современные проблемы анализа и информатики”. Терскол, 2016. С. 83-84.

О ЗАМКНУТОСТИ В L^p НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ ФУНКЦИЙ

© Волчков Валерий В., Волчков Виталий В.

Донецкий национальный университет (Донецк)
e-mail: valeriyvolchkov@gmail.com

Вопрос о замкнутости заданной системы функций в различных функциональных пространствах занимает важное место в анализе и приложениях. В данной работе получена достаточно общая теорема о замкнутости в L^p на отрезке вещественной оси.

Пусть $r > 0$ и $f \in L^1([-r,r])$ – ненулевая функция. Продолжим f нулем на всю вещественную ось и обозначим через $\widehat{f}$ преобразование Фурье функции f. Пусть $\mathcal{Z}(\widehat{f}) = \{z \in \mathbb{C} : \widehat{f}(z) = 0\}$. Если $\lambda \in \mathcal{Z}(\widehat{f})$, обозначим через $m(\lambda, f)$ – кратность нуля λ целой функции $\widehat{f}$. Для $\lambda \in \mathcal{Z}(\widehat{f})$, $\eta \in \{0, \ldots, m(\lambda, f) - 1\}$, $t \in \mathbb{R}$ положим

$$f_{\lambda,\eta}(t) = \int_{-r}^{t} f(\xi)(t-\xi)^{\eta} e^{i\lambda(t-\xi)} d\xi.$$

Из данного равенства следует, что $f_{\lambda,\eta}(t) = 0$ при $|t| \geq r$. Кроме того, для любого $z \in \mathbb{C}$ имеем

$$\widehat{f_{\lambda,\eta}}(z)(z-\lambda)^{\eta+1} = \frac{\eta!}{i^{\eta+1}}\,\widehat{f}(z).$$

Последнее равенство означает, что $f_{\lambda,\eta}$ является решением дифференциального уравнения

$$\left(-i\frac{d}{dt} - \lambda\right)^{\eta+1} f_{\lambda,\eta} = \frac{\eta!}{i^{\eta+1}}\, f.$$

Отметим также, что

$$f_{\lambda,\eta}(t) = -\int_{t}^{r} f(\xi)(t-\xi)^{\eta} e^{i\lambda(t-\xi)} d\xi,$$

для всех $t \in \mathbb{R}$.

Теорема 1. *Пусть $r > 0$, $f \in L^1([-r,r])$ и концы отрезка $[-r,r]$ принадлежат носителю функции f. Тогда для любого $p \in [1, +\infty)$ система функций $\{f_{\lambda,\eta}\}$ ($\lambda \in \mathcal{Z}(\widehat{f})$, $\eta \in \{0, \ldots, m(\lambda, f) - 1\}$) замкнута в пространстве $L^p([-r,r])$.*

Нетрудно показать, что без условия принадлежности концов отрезка $[-r, r]$ носителю функции f утверждение теоремы 1 не выполняется. При $p = \infty$ теорема 1 также неверна. Кроме того, утверждение теоремы 1 перестанет быть верным, если из системы $\{f_{\lambda,\eta}\}$ удалить одну из функций. Отметим также, что доказательство теоремы 1 существенно использует аналог теоремы Пэли-Винера для аналитических функционалов.

НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

© Гадзова Л.Х.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: macaneeva@mail.ru

В интервале $0 < x < 1$ рассмотрим уравнение

$$\sum_{j=1}^{m} \beta_j \partial_{0x}^{\alpha_j} u(x) + \lambda u(x) = f(x), \tag{1}$$

где $\alpha_j \in]1, 2[,\ \lambda, \beta_j \in \mathbb{R}, \beta_1 > 0,\ \alpha_1 > \alpha_2 > ... > \alpha_m,\ \partial_{0x}^{\gamma} u(x)$ – производная Капуто [1, с. 11].

В данной работе исследуется задача: *найти решение уравнения (1) в интервале* $]0, 1[$, *удовлетворяющее условиям*

$$u(0) = u_0, \quad u(1) - au(x_1) = u_1,\ x_1 \in]0, 1[.$$

Для линейного обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с постоянными коэффициентами (1) в работах [2-3] решены задачи Дирихле и Неймана. В работе [4] построена функция Грина для задачи Неймана и исследован вопрос о вещественных собственных значениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00462.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
2. *Гадзова Л.Х.* Задача Дирихле и Неймана для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с постоянными коэффициентами // Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 51, № 12. С. 1580-1586.

3. *Гадзова Л.Х.* Задача Дирихле для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2013. Т. 15, № 2. С. 36-39.

4. *Гадзова Л.Х.* Задача Неймана для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка // Владикавк. мат. журн. 2016. Т. 18, вып. 3. С. 22-30.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ДРОБНОГО ОСЦИЛЛЯЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ

© Гачаев А.М.

Чеченский государственный университет,
Комплексный научно-исследовательский институт РАН (Россия, Грозный)
gachaev_chr@mail.ru

Рассмотрим задачу Дирихле для фрактального осцилляционного уравнения

$$\partial_{ox}^{\alpha} u(t) = [\lambda + v(x)]u(x), \tag{1}$$

$$u(0) = \gamma_0, \; u(1) = \gamma_1, \tag{2}$$

где $\partial_{ox}^{\alpha} = D_{ox}^{\alpha-2}\frac{d^2}{dt^2}$ - оператор, область определения которого принадлежит классу $S^2[0,1]$ всех функций $u(x)$, измеримых на [0,1] вместе со своими производными до второго порядка и γ_0, γ_1 – заданные числа.

Доказана

Теорема. *Задача Дирихле (2) для уравнения (1) в классе* $AC^2[0,1]$ *имеет единственное решение* $u(x) \in C'[0,1]$, $\lambda \geq -v(0)$, $v' \geq 0$.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.

2. *Алероев Т.С.* // Дифференц. уравнения. 1998. Т. 34, № 1. С. 200.

3. *Гачаев А.М.* Краевая задача для дифференциального оператора дробного порядка // Вестник АН ЧР. 2016. № 2 (31). С. 5-8.

ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕЩЕНИЯ ТОЧЕК КОНТРОЛЯ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА КРАЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ НАГРЕВА СТЕРЖНЯ

© Гашимов В.А.

Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)
e-mail: vugarhashimov@gmail.com

Рассматривается задача краевого управления последовательным нагревом одинаковых стержней длины l:

$$\begin{gathered}
u_t'(x,t) = a^2 u_{xx}''(x,t) - \alpha[u(x,t) - T_e],\\
x \in (0,l), t \in (0,T],\\
u_x(0,t) = \lambda[u(0,t) - \vartheta(t)], t \in (0,T],\\
u_x(l,t) = -\lambda[u(l,t) - T_e], t \in (0,T].
\end{gathered}$$

Здесь $u(x,t)$ – температура стержня в точке x в момент t; T_e – температура окружающей среды; α, λ – коэффициенты теплообмена; $\vartheta(t)$ – температура источника тепла в момент времени t, являющаяся управлением, зависящее от результатов текущих замеров в наблюдаемых точках:

$$\vartheta(t) = \sum_{i=1}^{L} k_i[u(\xi_i,t) - z_i], t \in (0,T].$$

Известен диапазон множества значений начальных температур стержней $\Phi = [\underline{\Phi}, \overline{\Phi}]$, которые они могут иметь, и их функция плотности:

$$\begin{gathered}
u(x,0) = \varphi \in \Phi, x \in [0,l],\\
\rho_\Phi(\varphi) \in [0,1], \varphi \in \Phi.
\end{gathered}$$

Векторы k, z, $\xi \in R^L$ будем называть управляющими параметрами обратной связи, которые требуется выбрать так, чтобы минимизировался следующий целевой функционал:

$$J(\xi,k,z,b) = \int_\Phi \left\{ \beta_1 \int_0^l [u(x,T;\xi,k,z,b] - V(x)]^2 dx + \right.$$
$$\left. + \sigma_1 \|\xi - \xi^0\|^2_{R^L} + \sigma_2 \|k - k^0\|^2_{R^L} + \sigma_3 \|z - z^0\|^2_{R^L} \right\} \rho_\Phi(\varphi) d\varphi.$$

В работе получены формулы для градиента функционала, предложены схемы численного решения, приведены результаты численных экспериментов.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ЖЕВРЕ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

© Геккиева С.Х.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: gekkieva_s@mail.ru

Рассмотрим уравнение

$$u_{xx} + \lambda u(0, y) = \begin{cases} D_{0y}^{\alpha} u, & x > 0, \\ D_{hy}^{\alpha} u, & x < 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\lambda = \text{const}$, $0 < \alpha < 1$, D_{st}^{ν} – оператор дробного дифференцирования Римана–Лиувилля порядка ν [1].

Пусть $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^- \cup AB$, где $\Omega^+ = \{(x, y) : 0 < x < \infty, 0 < y < h\}$, $\Omega^- = \{(x, y) : -\infty < x < 0, 0 < y < h\}$, $AB = \{(0, y) : 0 < y < h\}$.

Задача. *Найти решение уравнения* (1), *удовлетворяющее начальным условиям*

$$\lim_{y \to 0} D_{0y}^{\alpha-1} u^+(x, y) = \varphi_1(x), \quad 0 < x < \infty, \tag{2}$$

$$\lim_{y \to h} D_{hy}^{\alpha-1} u^-(x, y) = \varphi_2(x), \quad -\infty < x < 0, \tag{3}$$

и условиям склеивания

$$u^+(0, y) = u^-(0, y), \quad u_x^+(0, y) = u_x^-(0, y), \quad 0 < y < h. \tag{4}$$

Здесь $y^{1-\alpha} u(x, y)$, u_{xx}, $u_y \in \mathrm{C}(\Omega)$; *функции* $u(x, y)$, $u_x(x, y)$, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ *ограничены для* $y > 0$; $\varphi_1(x) \in \mathrm{C}[0, \infty)$, $\varphi_2(x) \in \mathrm{C}(-\infty, 0]$ – *заданные функции.*

Вопрос разрешимости рассматриваемой задачи, используя конструктивные и дифференциальные свойства функции Грина для уравнения дробной диффузии [2], эквивалентно редуцируется к вопросу разрешимости сингулярного интегрального уравнения нормального типа.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.

2. *Псху А.В.* Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука, 2005. 199 с.

О КЛАССАХ ВЫЧЕТОВ ПО ДВОЙНОМУ МОДУЛЮ

© Гелоева Ф.З., Пачев У.М.

Кабардино–Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова
(Россия, Нальчик)
e-mail: urusbi@rambler.ru

Исследуются вопросы о делителях нуля в кольце классов вычетов по двойному модулю и о числе многочленов заданной степени, порождающих по двойному модулю конечное поле.

Пусть $H(p, f)$ – число делителей нуля в кольце $\{F_p\}_f$ классов вычетов по двойному модулю $(p, f(x))$ (по поводу сравнений по двойному модулю см. [1-3]).

Теорема 1. *Если многочлен f является произведением S попарно взаимно простых неприводимых над полем F_p многочленов, то число делителей нуля $H(p, f)$ в кольце $\{F_p\}_f$ классов вычетов по двойному модулю $(p, f(x))$ определяется формулой*

$$H(p, f) = (2^s - 2) \cdot (p - 1)\,.$$

Доказательство проводится с помощью комбинаторных рассуждений.

Следующий результат даёт число многочленов, порождающих по двойному модулю $(p, f(x))$ конечное поле F_{p^n}.

Теорема 2. *Пусть $T_p(n)$ – число многочленов $f(x)$ степени n, порождающих по двойному модулю $(p, f(x))$ конечное поле F_{p^n}. Тогда*

$$T_p(n) = \frac{p-1}{n} \sum_{d|n} \mu(d) p^{\frac{n}{d}},$$

где μ – функция Мёбиуса.

Замечание. *Теорема 2 показывает, что получающееся конечное поле F_{p^n} не зависит от выбора многочлена $f(x)$, а зависит лишь от его степени.*

Литература

1. *Венков Б.А.* Элементарная теория чисел. М.: Л. 1937.

2. *Степанов С.А.* Сравнения. М.: Знание, 1975.

3. *Пачев У.М.* Избранные главы теории чисел. Нальчик. 2016.

К ВОПРОСУ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПОМЕХ

© Гомоюнов М.И.[1], Лукоянов Н.Ю.[2]

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН (Россия, Екатеринбург)

[1]e-mail: m.i.gomoyunov@gmail.com, [2]e-mail: nyul@imm.uran.ru

В работе в рамках подхода [1,2] рассматривается задача об управлении в условиях помех движением динамической системы, описываемой линейными по фазовому вектору обыкновенными дифференциальными уравнениями. Цель управления заключается в минимизации выпуклого нетерминального показателя качества, оценивающего движение системы в фиксированные наперед заданные моменты времени [2]. Для вычисления величины оптимального гарантированного результата и построения соответствующих оптимальных законов управления применяется и развивается метод, основанный на попятном построении выпуклых сверху оболочек вспомогательных функции [2,3]. Исследуются вопросы численной реализации и устойчивости разрешающих процедур [4], предлагаются их модификации для задач с дополнительными ресурсными (интегральными) ограничениями на управление, а также для задач с запаздыванием в управлении. Метод адаптируется на случай, когда на воздействия помехи наложены дополнительные ограничения функционального характера [5]. Рассматриваются примеры, приводятся результаты численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке РНФ, проект № 15-11-10018.

Литература

1. *Красовский Н.Н.* Управление динамической системой. М.: Наука, 1985. 516 с.

2. *Krasovskii A.N., Krasovskii N.N.* Control under Lack of Information. Berlin etc.: Birkhäuser, 1995. 322 p.

3. *Лукоянов Н.Ю.* К вопросу вычисления цены дифференциальной игры для позиционного функционала // Прикл. математика и механика. 1998. Т. 62, Вып. 2. С. 188-198.

4. *Гомоюнов М.И., Корнев Д.В., Лукоянов Н.Ю.* О численном решении задачи управления на минимакс позиционного функционала // Тр. Института математики и механики УрО РАН. 2014. Т. 20, № 3. С. 58-75.

5. *Серков Д.А.* Синтез оптимального управления при L_p-компактной помехе // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014). Москва, 16-19 июня 2014 г. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 688-699.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ ДВУХФАЗНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ НА ОСНОВЕ УСОВЕРШЕНСТВОВАННОГО ПОПЕРЕМЕННО-ТРЕУГОЛЬНОГО МЕТОДА

© Григорян Л.А., Тимофеева Е.Ф., Винокурский Д.Л.

Институт информационных технологий и телекоммуникаций СКФУ
(Россия, Нальчик)
e-mail: honey.lusine@mail.ru, e-mail: dlvinokursky@gmail.com

В работе рассматривается фильтрация двухфазной несжимаемой жидкости в отсутствии капиллярных и гравитационных сил, построена начально-краевая задача фильтрации. Интегро-интерполяционным методом получена консервативная разностная схема, выведены соотношения для расчета коэффициентов разностной схемы [1,2]. При переходе к более подробным пространственным сеткам объемы вычислительных затрат численного решения разностных уравнений для давления по отношению к общему времени решения системы растут и могут превысить 90% для последовательных алгоритмов решения задачи. Поэтому, рассматривается параллельное численное решение системы разностных уравнений усовершенствованным модифицированным попеременно-треугольным методом, обеспечивающий высокую скорость сходимости в случае сильно неоднородных пластов и при использовании подробных пространственных сеток [3-8].

Численные эксперименты показали, что реальное значение минимально необходимого числа итераций уменьшается заметным образом по сравнению со «стандартным» алгоритмом МПТМ за счет учета функции источников, вносящей изменения в спектральные оценки. При параллельной реализации использованы методы декомпозиции сеточных областей для вычислительно трудоемких задач диффузии-конвекции. Построенная и протестированная модель имеет приемлемые показатели ускорения и эффективности для числа ядер при их изменении в диапазоне 4-256.

Литература

1. *Григорян Л.А.* Моделирование фильтрации двухфазной жидкости методом конечных элементов // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2013. № 2. С. 13-16.

ЕСТЕСТВЕННО-ЯЗЫКОВОЙ ИНТЕРФЕЙС НА ОСНОВЕ МУЛЬТИАГЕНТНОЙ РЕКУРСИВНОЙ КОГНИТИВНОЙ АРХИТЕКТУРЫ

© Гуртуева И.А.[1], Макоева Д.Г.[2]

Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН (Россия, Нальчик)

[1]e-mail: gurtueva-i@yandex.ru, [2]e-mail: d.makoeva@iipru.ru

Тенденция интеллектуализации привычных предметов обихода человека и стремительное развитие информационных технологий сформировали потребность создания естественно-языкового интерфейса к интеллектуальным системам и программам, который призваны облегчить коммуникацию между человеком и машиной.

На основе МуРКА (мультиагентная рекурсивная когнитивная архитектура) [1] была построена система автоматического распознавания речи и формальная модель семантики ограниченного подмножества естественного языка.

Литература

1. *Нагоев З.В.* Интеллектика, или мышление в живых и искусственных системах. Нальчик: Издательство КБНЦ РАН, 2013.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

© Даровская К.А.

Российский университет дружбы народов (Россия, Москва)
e-mail: k.darovsk@gmail.com, e-mail: darovskaya_ka@rudn.university

Рассматривается обыкновенный дифференциальный оператор с интегральными граничными условиями. Изучение дифференциальных уравнений с нелокальными и, в частности, с интегральными условиями имеет продолжительную историю (подробную библиографию см. в [1]). В докладе обсуждаются некоторые характеристики таких задач – спектральные свойства [1,2], оценка на резольвенту [3] и на решение [1-3], свойства корневых функций [4,5] и соответствующие методы исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по Программе повышения конкурентноспособности РУДН «5-100» среди ведущих мировых научно-образовательных центров на 2016–2020 гг.

Литература

1. *Скубачевский А.Л.* Неклассические краевые задачи. I // Современная математика. Фундаментальные направления. 2007. № 26. С. 3-132.

2. *Даровская К.А., Скубачевский А.Л.* Об одной спектральной задаче с интегральными условиями // Труды семинара им. И.Г. Петровского. 2011. № 28. С. 147-160.

3. *Подъяпольский В.В.* Суммируемость по Абелю системы корневых функций одной нелокальной задачи с интегральными условиями // Мат. заметки. 1999. Т. 65, № 5. С. 797-800.

4. *Шкаликов А.А.* О базисности собственных функций обыкновенных дифференциальных операторов с интегральными краевыми условиями // Вестник Московского ун-та, сер. 1. Мат., мех. 1982. № 6. С. 12-21.

5. *Сенцов Ю.Г.* О базисности Рисса системы собственных и присоединенных функций дифференциального оператора с интегральными условиями // Мат. заметки. 1999. Т. 65, № 6. С. 948-952.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИСТЕМ НА БАЗЕ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ КОГНИТИВНЫХ АРХИТЕКТУР

© Денисенко В.А.[1], Анчеков М.И[2], Сундуков З.А[3]

Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН (Россия, Нальчик)

[1]e-mail: sage@mail.ru, [2]e-mail: murat.antchok@gmail.com,

[3]e-mail: azraiths@gmail.com

Возросший интерес к разработке интеллектуальных систем для обработки данных и использование роботизированных устройств в разных сферах человеческой жизни приводит к повышению сложности организации как самих интеллектуальных систем, так и средств разработки и тестирования. Этот процесс предъявляет новые требования к инструментам для работы с интеллектуальными системами.

На основе технологии распределенной системы виртуальной реальности была разработана среда проектирования, тестирования и визуализации интеллектуальных систем на базе мультиагентных рекурсивных когнитивных архитектур [1], предоставляющая возможность для удаленной коллаборации при разработке сложных систем управления.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект №№ 15-01-05844, 15-07-08309.

Литература

1. *Карелин В.П.* Интеллектуальные технологии и системы искусственного интеллекта для поддержки принятия решений // Вестник Таганрогского Института управления и экономики. № 2. 2011.

2. *Нагоев З.В.* Интеллектика, или мышление в живых и искусственных системах. Нальчик: Издательство КБНЦ РАН, 2013.

3. *Нагоев З.В.* Методы принятия решений и управления в неструктурированных задачах на основе самоорганизующихся мультиагентных рекурсивных когнитивных архитектур. Диссертация на соискание уч. степени доктора технических наук, Нальчик, 2013. 304 с.

ОРГАНИЗАЦИОННО-ЛОГИЧЕСКАЯ СХЕМА МУЛЬТИАГЕНТНЫХ РЕКУРСИВНЫХ КОГНИТИВНЫХ АРХИТЕКТУР ДЛЯ СИСТЕМ ОБВОЛАКИВАЮЩЕГО ИНТЕЛЛЕКТА

© Денисенко В.А.[1], Пшенокова И.А.[2], Сундуков З.А.[3], Анчеков М.И.[4]

Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН (Россия, Нальчик)

[1]e-mail: sage@mail.ru, [2]e-mail: pshenokova_inna@mail.ru,
[3]e-mail: azraiths@gmail.com, [4]e-mail: murat.antchok@gmail.com

Одной из задач, решаемых разработчиками мультиагентных систем, применяемых в робототехнике, является обработка многомодальных данных (сенсорная информация об окружающем мире), поступающих в систему с различных устройств, и формирование управляющих информационных сигналов для внешних устройств (эффекторов).

В работе предлагается подход к структуре и логической организации работы программной системы, реализующей принципы функционирования мультиагентной рекурсивной когнитивной архитектуры, который позволяет определить такие понятия, как тип агента – характеристика, определяющая функциональное назначение агентов, и вид агента – характеристика, указывающая на множество агентов, с которыми взаимодействует данный агент. Так, входная информация, в зависимости от ее модальности, распределяется между агентами типа Sensor, а среди агентов типа Sensor происходит распределение информации между агентами различного вида: Sensor-Video, Sensor Audio, Sensor-GPS и т.д.

Такой подход позволяет логически разделить функционал агентов по типам, а внутри типа по видам. Кроме того, при визуализации мультиагентных рекурсивных когнитивных архитектур имеется возможность группировать множества агентов одного типа в различных областях виртуальной среды.

Литература

1. *Anchokov M., Denisenko V., Nagoev Z., Sundukov Z., Tazhev B.* Interactive collaborative robotics and natural language interface based on multi-agent Recursive cognitive architectures // First International Conference. ICR 2016. Budapest, Hungary: 2016. Pp. 107-112.

2. *Пшенокова И.А., Денисенко В.А., Нагоева О.В., Токмакова Д.Г., Сундуков З.А.* Представление знаний в системах искусственного интеллекта на основе принципов онтонейроморфогенеза и мультиагентного моделирования // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2015. № 6-2. С. 158-165.

О КОРРЕКТНОСТИ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА ВТОРОГО ПОРЯДКА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

© Джамалов С.З.

Институт математики при НУУз (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: siroj63@mail.ru

В докладе излагаются некоторые результаты об однозначной разрешимости одной нелокальной краевой задачи с постоянными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка.

В прямоугольнике $Q = (0,\pi) \times (0,T)$ рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка

$$Lu = K(t)u_{tt} - u_{xx} + \alpha(t)u_t + c(t)\,u = f(x,t). \qquad (1)$$

Предположим, что коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции.

Уравнение (1) относится к уравнениям смешанного типа второго рода, так как на знак функции $K(t)$ по переменной t внутри области не налагается никаких ограничений [1,2].

Краевая задача. Найти обобщенное в области решение уравнения (1), удовлетворяющее нелокальным краевым условиям

$$u\,(x,0)=\gamma\cdot\,u\,(x,T), \tag{2}$$

$$\alpha u|_{x=0}+\beta u|_{x=\pi}=0, \tag{3}$$

$$\beta u_x|_{x=0}+\alpha u_x|_{x=\pi}=0, \tag{4}$$

где $\gamma,\ \alpha,\ \beta-const\neq 0$, такие, что $\gamma\in(0,1)$, $|\alpha|\neq|\beta|$.

В данной работе, при выполнении некоторых условий на коэффициенты уравнения (1) и задачи (2)–(4), доказана однозначная разрешимость задачи (1)–(4) в классе $W\,{}^{l}_{2}(Q)$, где $(2\leq l)-$ целое число.

Литература

1. *Врагов В.Н.* Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск: НГУ, 1983. 84 с.
2. *Джамалов С.З.* Об одной нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка // Уз. МЖ. 2014. № 1. С. 5-15.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ СОЛОННИКОВА-ФАЗАНО ПРИ ДВИЖЕНИИ ГРАНИЦЫ ПО СТЕПЕННОМУ ЗАКОНУ

© Дженалиев М.Т.[1], Искаков С.А.[1], Рамазанов М.И.[2]

[1]Институт математики и математического моделирования КН МОН РК (Казахстан, Алматы)

e-mail: muvasharkhan@gmail.com

[2]Карагандинский Государственный университет им. академика Е.А. Букетова (Казахстан, Караганды)

e-mail: ramamur@mail.ru

Рассматривается следующая граничная задача

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial u}{\partial t}-a^2\dfrac{\partial u}{\partial x^2}=0,\ 0<x<t^{\omega},\ t>0,\\ \dfrac{\partial u}{\partial x}=0,\ \left(\dfrac{d\tilde{u}(t)}{dt}+\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)\big|_{x=t^{\omega}}=0, \end{array}\right. \tag{1}$$

где $\tilde{u}(t)=u(t^{\omega},t),\ \omega>1/2$. Граничная задача (1) является однородным случаем задачи, рассматриваемой в работе [1], где отмечено, что решение задачи (1) оказывается полезным при изучении некоторых задач со свободными границами, например, задачи Стефана. Там же доказана теорема об однозначной разрешимости соответствующей неоднородной граничной задачи в весовых гельдеровских пространствах. В данной работе, используя методику работ [2-4], показано, что граничная задача (1), наряду с тривиальным решением, имеет и ненулевое решение в классе существенно ограниченных функций с заданным весом.

Литература

1. *Солонников В.А., Фазано А.* Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т. 269. С. 322-338.
2. *Jenaliev M.T., Amangaliyeva M.M., Kostmakova M.T., and Ramazanov M.I.* On a Volterra equation of the second kind with ‘incompressible‘ kernel // Advances in Difference Equations. 2015. Vol. 71. 14 p.
3. *Amangaliyeva M.M., Jenaliev M.T., Kostmakova M.T., and Ramazanov M.I.* About Dirichlet boundary value problem for the heat equation in the infinite angular domain // Boundary Value Problems. 2014. Vol. 213. 21 p.
4. *Амангалиева М.М., Дженалиев М.Т., Космакова М.Т., Рамазанов М.И.* Об одной однородной задаче для уравнения теплопроводности в бесконечной угловой области // Сиб. матем. журн. 2015. Т. 56. С. 1234-1248.

К РЕШЕНИЮ ПСЕВДОВОЛЬТЕРРОВОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

© Дженалиев М.Т.[1], Искаков С.А.[1], Рамазанов М.И.[2]

[1]Институт математики и математического моделирования КН МОН РК
(Алматы, Казахстан)
e-mail: muvasharkhan@gmail.com

[2]Карагандинский Государственный университет им. академика Е.А. Букетова
(Караганды, Казахстан)
e-mail: ramamur@mail.ru

При изучении некоторых задач со свободными границами [1] возникает необходимость решения особого интегрального уравнения Вольтерры (где $E(z,y) = \exp\{-z/(4a^2y)\}$):

$$\varphi(t) + \frac{1}{2a\sqrt{\pi}} \int\limits_0^t \left[\frac{t+\tau}{(t-\tau)^{3/2}} E((t+\tau)^2, t-\tau) + \frac{3}{(t-\tau)^{1/2}} E(t-\tau, 1) - \right.$$

$$\left. - \frac{4}{(t-\tau)^{1/2}} E((t+\tau)^2, t-\tau) \right] \sqrt{\frac{t}{\tau}} \varphi(\tau) d\tau = f(t), \ t > 0. \qquad (1)$$

Показано, что соответствующее однородное интегральное уравнение имеет ненулевое решение $\varphi_0(t)$ [2].

Теорема. *Интегральное уравнение (1) для любой правой части* $\sqrt{t}\cdot f(t) \in L_\infty\,(0,\,\infty)$ *имеет общее решение:*

$$\varphi(t) = f(t) + \int\limits_0^t R(t,\tau)\, f(\tau)\, d\tau + C\cdot\varphi_0(t),$$

где $C = const \geq 0$, $\sqrt{t}\cdot\varphi(t) \in L_\infty\,(0,\,\infty)$, *и для резольвенты справедлива оценка*

$$|R(t,\tau)| \leq C\left|\frac{\sqrt{t}\cdot\sqrt{\tau}}{(t-\tau)^{3/2}}E(4t\tau, t-\tau) + \frac{\sqrt{t}\cdot\sqrt{\tau}}{\sqrt{t-\tau}\,(2t-\tau)}\right| E(t-\tau,1).$$

Литература

1. *Солонников В.А., Фазано А.* Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т. 269. С. 322-338.
2. *Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I.* On a homogeneous parabolic problem in an infinite corner domain // AIP Conference Proceedings. 2016. Т. 1759. С. 85. doi: 10.1063/1.4959699.

О ЛОГИЧЕСКОЙ ФОРМЕ ΣΠ-НЕЙРОНА

© Димитриченко Д.П.[1], Жилов Р.А.[2]

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)

[1]e-mail: dimdp@rambler.ru, [2]e-mail: kavkaze@inbox.ru

Нейронные сети хорошо зарекомендовали себя в качестве инструмента для решения интеллектуальных задач диагностики и распознавания, для решения которых были предложены различные модификации нейронных сетей [1].

В работе [2] была предложена модель ΣΠ-нейрона, суммирование в которой производится следующим образом:

$$sp(X) = \theta + \sum_{k=1}^{N} \omega_k \prod_{i\in\mathbf{i}_k} x_i,$$

где X – вектора входов, ω_k – весовые коэффициенты для всех подмножеств $\mathbf{i}_k$, содержащихся в X.

В работе [3] был предложен метод анализа и выявления скрытых закономерностей в слабо формализуемых областях знаний при помощи логических функций $F(X, W)$, построенных на основе переменнозначных предикатов.

Для построения обучающей выборки мы располагаем множеством W из m анализируемых объектов, каждый из которых характеризуется набором X, состоящим из не более чем n существенных (актуальных) для целей анализа признаков. Функция $F(X, W)$ имеет вид: $F(X, W) = \wedge_{i=1}^{m}(\vee_{j=1}^{n} \overline{x_j(w_i)} \vee w_i)$.

Доказана следующая

Теорема. *Переменнозначная логическая функция $F(X, W)$, построенная при помощи логических операций конъюнкции, дизъюнкции и обобщенного отрицания на основе переменнозначных предикатов, характеризующих обучающую выборку W, состоящую из m объектов, каждый из которых характеризуется n параметрами, взаимно однозначно соответствует структуре $\Sigma\Pi$-нейрона с n входами.*

Литература

1. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. Москва: Издательский дом Вильямс, 2008. 1103 с.
2. *Шибзухов З.М.* Конструктивные методы обучения. М.: Наука, 2006. 159 с.
3. *Лютикова Л.А.* Моделирование и минимизация баз знаний в терминах многозначной логики предикатов. Нальчик: Препринт, 2006. 33 с.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ДЗЕТА-ФУНКЦИИ СЕТОК

© Добровольский Н.М.[1], Реброва И.Ю.[1], Добровольский Н.Н.[2]

[1]Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого (Россия, Тула)

e-mail: dobrovol@tspu.tula.ru, e-mail: i_rebrova@mail.ru

[2]Тульский государственный университет (Россия, Тула)

e-mail: nikolai.dobrovolsky@gmail.com

Пусть сетка M – рациональная со знаменателем p, то есть в s-мерном кубе $G_s = \{\vec{x}\,|\,0 \le x_i < 1\,(i = 1, \ldots, s)\}$ имеется N рациональных точек вида

$$\left(\frac{x_1^{(k)}}{p}, \ldots, \frac{x_s^{(k)}}{p}\right), \quad k = 1, \ldots, N, \tag{1}$$

$x_i^{(k)}$ — целые, $0 \leq x_i^{(k)} \leq p-1$, p – натуральное.

Рассмотрим произвольную рациональную сетку M и соответствующую гиперболическую дзета-функцию сетки

$$\zeta(\alpha, p|M, \vec{\rho}) = \sum_{\vec{m}\in K_1 \bigcup K_2}{}' \frac{1}{(\overline{m_1}\ldots\overline{m_s})^{\alpha}} + \sum_{\vec{m}\in K_3} \frac{|S^*_{M,\vec{\rho}}(\vec{m})|^p}{(\overline{m_1}\ldots\overline{m_s})^{\alpha}},$$

где $S^*_{M,\vec{\rho}}(\vec{m})$ – нормированная тригонометрическая сумма сетки с весами.

Теорема. *Для любой рациональной сетки M с весами $\vec{\rho}$ и параметром p гиперболическая дзета-функция $\zeta(\alpha, p|M, \vec{\rho})$ является аналитической функцией для любого $\alpha \neq 1$, и в левой полуплоскости $\alpha = \sigma + it$, $\sigma < 0$, справедливо равенство*

$$\zeta(\alpha, p|M, \vec{\rho}) = -|S^*_{M,\vec{\rho}}(\vec{0})|^p + \sum_{m_1,\ldots,m_s=0}^{n-1} |S^*_{M,\vec{\rho}}(\vec{m})|^p \cdot$$
$$\cdot \prod_{\nu=1}^{s} \left(\varepsilon(m_\nu) + \frac{M(\alpha)}{n^{\alpha}} \sum_{k_\nu=-\infty}^{\infty}{}' \frac{e^{2\pi i \frac{k_\nu m_\nu}{n}}}{|k_\nu|^{\alpha}} \right). \qquad (2)$$

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 15-01-01540.

ОБ ОБОБЩЕННЫХ ДРЕВЕСНЫХ СТРУКТУРАХ ГРУПП КОКСТЕРА

© Добрынина И.В.

Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого
(Россия, Тула)
e-mail: dobrynirina@yandex.ru

Пусть G – конечно порожденная группа Кокстера, заданная копредставлением $G = < a_1, ..., a_n; (a_i a_j)^{m_{ij}} = 1, i, j = \overline{1, n} >$, где $m_{ii} = 1, m_{ij} = m_{ji} \geq 2, i \neq j$.

В силу сложности проблемы сопряженности слов в группах Кокстера К. Аппелем и П. Шуппом [1] определен класс групп Кокстера экстрабольшого типа с $m_{ij} > 3$, $i \neq j$. Ими же в данном классе групп решена проблема сопряженности слов.

В.Н. Безверхним [2] определены группы Кокстера с древесной структурой. Если группе G соответствует дерево-граф Г такой, что вершинам графа Г соответствуют образующие $a_i, i = \overline{1, n}$, а всякому ребру e, соединяющему вершины с образующими a_i и a_j – соотношение $(a_i a_j)^{m_{ij}} = 1$, то G есть группа Кокстера с древесной структурой. Группу Кокстера G с древесной структурой можно представить как древесное произведение двупорожденных групп Кокстера, объединенных по циклическим подгруппам: вершинам графа $\overline{\Gamma}$ поставим в соответствие группы Кокстера на двух образующих $G_{ij} =< a_i, a_j; a_i^2 = a_j^2 = 1, (a_i a_j)^{m_{ij}} = 1 >$ и $G_{jk} =< a_j, a_k; a_j^2 = a_k^2 = 1, (a_j a_k)^{m_{jk}} = 1 >$, а всякому ребру $\overline{e}$, соединяющему вершины, соответствующие G_{ij} и G_{jk} – циклическую подгруппу $< a_j; a_j^2 = 1 >$.

В группах Кокстера с древесной структурой разрешима проблема сопряженности слов.

Далее рассмотрим еще один класс групп Кокстера.

Теорема. *В обобщенных древесных структурах групп Кокстера, образованных из групп Кокстера с древесной структурой заменой некоторых вершин соответствующего дерева-графа группами Кокстера экстрабольшого типа, разрешима проблема сопряженности слов.*

Литература

1. *Appel K., Schupp P.* Artins groups and infinite Coxter groups // Ivent. Math. 1983. Vol. 72. C. 201-220.

2. *Безверхний В.Н., Инченко О.В.* Проблемы равенства и сопряженности слов в группах Кокстера с древесной структурой // Чебышевский сборник. 2005. Т. 6, № 2. С. 81-90.

ОБ ОСОБОМ РЯДЕ ЗАДАЧИ О ВЗВЕШЕННОМ ЧИСЛЕ ЦЕЛЫХ ТОЧЕК НА ГИПЕРБОЛОИДАХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

© Дохов Р.А.

Кабардино–Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова (Россия, Нальчик)

e-mail: rezuan.dokhov@yandex.ru

Мы рассматриваем особый ряд задачи о взвешенном числе целых точек на многомерном гиперболоиде

$$P(\overline{x}) = \sum_{i=1}^{s} \{Q_i^{(1)}(x_i, y_i) - Q_i^{(2)}(z_i, t_i)\} - h = 0, \tag{1}$$

где $\overline{x} = (x_1, y_1, z_1, t_1, ..., x_3, y_3, z_3, t_3)$ с весом

$$\omega(\overline{x}) = \sum_{i=1}^{s} \{Q_i^{(1)}(x_i, y_i) + Q_i^{(2)}(z_i, t_i)\}.$$

В [1] главный член для взвешенного числа

$$J_h(n,s) = \sum_{P(\overline{x})=h} e^{\frac{-\omega(\overline{x})}{n}}, n \to \infty,$$

выражен через особый ряд

$$H(P(\overline{x})) = \sum q^{-4s} \sum_{l=0}^{q-1} e^{-2\pi i \frac{lh}{q}} \prod G_i^{(1)}(q,l,\overline{0}) G_i^{(2)}(q,l,\overline{0}),$$

где $G_i^{(1)}, G_i^{(2)}$ – двойные суммы Гаусса по модулю q.

Обобщая результат работы [2] об особом ряде на многомерный гиперболоид, получаем следующее

Предложение. *Особый ряд* $H(P(\overline{x}))$ *задачи о взвешенном числе целых точек на многомерных гиперболоидах* (1) *сходится и его сумма положительна.*

В доказательстве используются точные значения двойных сумм Гаусса и суммы Рамануджана, при этом получено точное значение для $H(P(\overline{x}))$.

Литература

1. *Дохов Р.А., Пачев У.М.* О взвешенном числе целых точек на некоторых многомерных гиперболоидах // Чеб. сб. 2015. Т. 16, вып. 3. С. 220-246.
2. *Куртова Л.Н.* Бинарные аддитивные задачи с квадратными формами: дис. ... канд. Белгород. 2014.

ЦЕНТРАЛИЗАТОРНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ОБОБЩЕННЫХ ГРУПП БАУМСЛАГА–СОЛИТЕРА

© Дудкин Ф.А.

Институт математики СО РАН (Россия, Новосибирск)
e-mail: DudkinF@ngs.ru

Конечно порожденная группа G, которая действует на дереве так, что все вершинные и реберные стабилизаторы – бесконечные циклические группы, называется *обобщенной группой Баумслага–Солитера* (GBS группа). По теореме Басса-Серра всякая GBS группа является фундаментальной группой подходящего графа групп.

Как заметил Д. Робинсон [1], GBS группы занимают центральные позиции в комбинаторной теории групп благодаря следующим свойствам: нециклические GBS группы – в точности такие конечно порожденные группы когомологической размерности 2, которые имеют соизмеримую бесконечную циклическую группу; GBS группы когерентны.

Предположим, что в группе G существует строго убывающая цепочка централизаторов $C_1 \supset C_2 \supset \cdots \supset C_d$ длины d, т.е. содержащая ровно d элементов, но не существует такой цепочки длины $d+1$. Тогда *централизаторная размерность* $cdim(G)$ равна d. Если такого числа d не существует, то полагают $cdim(G) = \infty$. Более полные сведения о централизаторных размерностях групп можно найти в [2]. Основной результат работы

Теорема. *Пусть G – обобщенная группа Баумслага–Солитера, а p и q – взаимно простые целые числа, не равные $0, 1, -1$. Если в группе G разрешимо уравнение $x^{-1}y^p x = y^q$ при $y \neq 1$, то централизаторная размерность группы G бесконечна.*

Литература

1. *Robinson D.J.S.* Generalized Baumslag-Solitar groups: a survey of recent progress // Groups St Andrews 2013. LMS. Lecture Note Series 422. 2016. Pp. 457-469.
2. *Myasnikov A., Shumayatsky P.*Discriminating groups and c-dimension // J. of Group Theory. 2004. Vol. 7, №1. Pp. 135–142.

ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ОБОБЩЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БЛЭКА–ШОУЛЗА ДЛЯ СЛУЧАЯ МАРЖИРУЕМЫХ ОПЦИОНОВ

© Дышаев М.М.

Челябинский государственный университет (Россия, Челябинск)
e-mail: Mikhail.Dyshaev@gmail.com

Методами группового анализа [1] исследовано нелинейное обобщение уравнения Блэка–Шоулза [2] на рынке с неликвидным базовым активом. Для маржируемых опционов на фьючерс оно имеет вид

$$u_t + \frac{\sigma^2 x^2 u_{xx}}{2\left(1 - xv(u_x)u_{xx}\right)^2} = 0. \qquad (1)$$

Найдена алгебра Ли инфинитезимальных операторов групп преобразований эквивалентности уравнения (1) с функцией $v \not\equiv 0$:

$$Y_1 = \partial_t, \quad Y_2 = \partial_u, \quad Y_3 = x\partial_u, \quad Y_4 = x\partial_x + u\partial_u, \quad Y_5 = u\partial_u - v\partial_v.$$

Показано, что только при $v = 1$ и $v = \beta/u_x$ основная алгебра Ли уравнения (1) имеет дополнительные симметрии к ядру основных алгебр Ли. С использованием симметрий уравнения (1) найдены его инвариантные решения [3, 4]. В частности, для функции $v = \beta/u_x$ найдены следующие решения уравнения (1):

$$u(t,x) = Ax + C, \quad u(t,x) = A\left(\ln x + \frac{\sigma^2 t}{2(1+\beta)^2}\right) + B, \quad A \neq 0,$$

$$u(t,x) = \left(Be^{-\frac{\sigma^2 A(A-1)t}{2(1-\beta(A-1))^2}} x^A\right) + C, \quad AB \neq 0.$$

Литература

1. *Овсянников Л. В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978. 400 с.
2. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // Journal of Political Economy. 1973. Vol. 81. P. 637-659.
3. *Дышаев М.М., Федоров В.Е.* Симметрийный анализ и точные решения одной нелинейной модели теории финансовых рынков // Мат. заметки Сев.-Восточ. федер. ун-та. 2016. Т. 23, № 1(89). С. 28-45.
4. *Дышаев М.М.* Групповой анализ одного нелинейного обобщения уравнения Блэка–Шоулса // Челяб. физ.-мат. журн. 2016. Т. 1, № 3. С. 7-14.

ЗАДАЧА С ГРАНИЧНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© Дюжева А.В.

Самарский государственный университет (Россия, Самара)
e-mail: aduzheva@rambler.ru

Рассмотрим уравнение

$$u_{tt} - (a(x,t)u_x)_x + c(x,t)u = f(x,t) \tag{1}$$

в области $Q_T = (0,l) \times (0,T)$, где $l, T < \infty$ и поставим для него следующую задачу: *найти решение уравнения (1) в области Q_T, удовлетворяющее начальным данным*

$$u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0 \tag{2}$$

и граничным условиям

$$\begin{aligned} a(0,t)u_x(0,t) &= (\alpha_1(t)u(0,t))_t + (\beta_1(t)u(l,t))_t + \gamma_1 u_{tt}(0,t), \\ a(l,t)u_x(l,t) &= (\alpha_2(t)u(0,t))_t + (\beta_2(t)u(l,t))_t + \gamma_2 u_{tt}(l,t). \end{aligned} \tag{3}$$

Определение. *Обобщенным решением задачи (1)–(3) будем называть функцию $u(x,t) \in W_2^1(Q_T)$, удовлетворяющую условию $u(x,0) = \varphi(x)$ и следующему тождеству*

$$\int_0^T \int_0^l (-u_t v_t + a u_x v_x + cuv)dxdt + \int_0^T v_t(0,t)[\alpha_1(t)u(0,t) + \beta_1(t)u(l,t) -$$

$$-\gamma_1 u_t(0,t)dt - \int_0^T v_t(l,t)[\alpha_2(t)u(0,t) + \beta_2(t)u(l,t) - \gamma_2(t)u_t(l,t)dt = \int_0^T \int_0^l fvdxdt$$

для любой функции $v(x,t) \in \hat{W}_2^1(Q_T)$.

В развитие методов, разработанных в статье [1], доказано существование обобщенного решения задачи (1)–(3).

Литература

1. *Пулькина Л.С., Дюжева А.В.* Нелокальная задача с переменными по времени краевыми условиями Стеклова для гиперболического уравнения // Вестник СамГУ. Естест. серия. 2010. Т. 86, № 4. С. 56-64.

О ПОРЯДКАХ МНОГОЧЛЕНОВ НАД КОНЕЧНЫМ ПОЛЕМ

© Жанатаева Р.А., Пачев У.М.

Кабардино–Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова
(Россия, Нальчик)
e-mail: urusbi@rambler.ru

Даётся оценка сверху порядка многочленов специального вида над конечным полем. Наряду со степенью $\deg f$ многочлена $f(x) \in F_q[x]$ над конечным полем F_q имеется ещё одна важная характеристика многочлена – его порядок, обозначаемый через $\mathrm{ord}(f)$.

Определение. *Пусть $f(x) \in F_q$ – ненулевой многочлен с условием $f(0) \neq 0$. Тогда наименьшее натуральное число e, для которого многочлен $f(x)$ делит $x^e - 1$ в кольце $F_q[x]$, называется порядком многочлена $f(x)$ и обозначается* $\mathrm{ord}(f) = \mathrm{ord}\,(f(x))$.

Свойства порядков многочлена над конечным полем изложены в [1, 2]. Отметим также, что метод нахождения $\mathrm{ord}\, f$ многочлена f над простым конечным полем F_p, где p – простое число, даётся в [3].

Лемма. *Произведение $J(q,n;x)$ всех нормированных многочленов степени n из кольца $F_q[x]$ определяется формулой*

$$J(q,n;x)=\prod_{d|n}\left(x^{q^{\frac{n}{d}}}-x\right)^{\mu(d)},$$

где μ – функция Мёбиуса.

Доказательство см. [1].

Теорема. *Для порядка многочлена $J(q,p^k;x)$ справедлива оценка сверху*

$$\operatorname{ord} J(q,p^k;x)\le q^{p^k}-1,$$

где p – простое число.

Доказательство проводится с помощью леммы и комбинаторных рассуждений.

Замечание. *Если $n\ne p^k$, то для* $\operatorname{ord} J(q,n;x)$ *получается более грубая оценка.*

Литература

1. *Лидл Л., Нидеррайтер Г.* Конечные поля. Т. 1. М.: Мир, 1988.
2. *Берлекэмп Э.* Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1971.
3. *Гараков Г.А.* Об одном свойстве первообразных элементов поля $\mathbb{Z}_p$ // Докл. АН Арм. ССР. 1968. Т. 46, № 5. С. 213-216.

О МОДЕЛИРОВАНИИ УРОЖАЙНОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР НА РЕГИОНАЛЬНОМ УРОВНЕ

© Жемухов Р.Ш., Шаова-Барагунова М.А., Алиев А.З.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова
(Россия, Нальчик)
e-mail: diff@kbsu.ru

Задача построения функции урожайности сельско-хозяйственной культуры в зависимости от определяющих ее факторов является в настоящее время актуальной. Для достижения этой цели требуется исследование ряда вопросов, основными из которых являются:

- анализ динамики урожайности ведущих сельскохозяйственных культур;
- идентификация параметров модели;
- прогноз урожайности ведущих сельскохозяйственных культур на предстоящий период планирования и управления и т.д.

Учитывая, что во многих регионах России (ЮФО, СКФО) основным лимитирующим фактором при развитии сельскохозяйственных растений является обеспеченность водными ресурсами территории, выбор был сделан в пользу модели, предложенной Горбачевой Р.И. [1], которая в абсолютных и безразмерных величинах имеет вид:

$$У = \left[a \left(\frac{W - W_0}{W_{\text{опт}}} \right)^n - b \left(\frac{W - W_0}{W_{\text{опт}}} \right)^m \right] У_{\text{макс}}, \tag{1}$$

или

$$У/У_{\text{макс}} = a(k - k_0)^n - b\,(k - k_0)^m, \tag{2}$$

где $W_{\text{опт}}$ – величина влагообеспеченности (мм или м^3/га), соответствующая наивысшему урожаю ($У_{\text{макс}}$), W – заданному урожаю (У); W_0 – влагообеспеченности при урожае, равном нулю; $k = \frac{W}{W_{\text{опт}}}, a, n, b, m, k_0$ – параметры уравнения, имеющие различные значения в зависимости от региона. Расчеты по модели велись для условий Лево–Егорлыкской оросительной системы Ставропольского края для основных сельскохозяйственных культур. Территория оросительной системы предварительно была разбита на камеры. Значения эмпирических коэффициентов для каждой сельскохозяйственной культуры были заимствованы из [1]. Расчеты велись за 30-летний период (1956–1985 гг.). Естественно, что за этот промежуток времени попадаются годы с наименьшей, средней и высокой естественной влагообеспеченностью. По этой причине можно сказать, что модель Горбачевой Р.И. испытывалась в работе для очень большого круга исходов естественного увлажнения. За этот же период и были представлены ряды урожайностей основных сельскохозяйственных культур.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами различных литературных источников, а также с наблюденными данными для условий Ставропольского края.

Преимуществом предлагаемых результатов перед аналогичными работами является универсальность аналитической формулы, аппроксимирующей экспериментальные зависимости урожая от влагообеспеченности в широком диапазоне ее изменения для любой зоны.

Программное обеспечение написано на языке **Turbo Pascal 6.0.**

Литература

1. *Горбачева Р.И.* Способы построения кривых взаимосвязи урожая с влагоснабжением // Труды ВНИИКАМС. Вопросы водного хозяйства. Фрунзе. 1976. Вып. 36. С. 68-76.

2. *Шульгин И.А., Вильфанд Р.М., Страшная А.И., Береза О.В.* Энергобалансовая оценка урожайности яровых культур // Известия ТСХА. 2015. Вып. 5. С. 61-80.

О НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© Жураев Б.Б.

Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта
(Узбекистан, Ташкент)
e-mail: bakhodir.zhuraev.52@mail.ru

В настоящей работе изучается нелокальная краевая задача для уравнения:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \sum_{i=0}^{2} a_i(x,y)\frac{\partial^i u}{\partial x^i} = F(x,y). \tag{1}$$

Постановка задачи. *Найти в области $D = \{(x,y) : 0 < x < 1,$ $0 < y \leq 1\}$ решение $u(x,y) \in C^{2,1}(\bar{D}) \cap C^{3,2}(D)$ уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям:*

$$\alpha_0(x)u(x,0) + \alpha_1(x)u_y(x,0) = h_0(x), 0 \leq x \leq 1, \tag{2}$$

$$\beta_0(x)u_y(x,0) + \beta_1(x)u_y(x,y_0) + \beta_2(x)u_y(x,1) = h_1(x), 0 \leq x \leq 1, \tag{3}$$

$$\gamma_0(y)u(0,y) + \gamma_1(y)u_{xx}(0,y) = P_0(y), 0 \leq y \leq 1, \tag{4}$$

$$\delta_0(y)u(1,y) + \delta_1(y)u_{xx}(1,y) = P_1(y), 0 \leq y \leq 1, \tag{5}$$

$$\rho_0(y)u_x(0,y) + \rho_1(y)u_x(1,y) = P_2(y), 0 \leq y \leq 1. \tag{6}$$

Здесь $\alpha_i(x), \beta_j(x), h_i(x), \delta_i(x), \gamma_i(y), P_j(y), \rho_i(x) (i = 0,1; j = 0,1,2)$ – заданные непрерывные функции, причем $\alpha_0^2+\alpha_1^2 \neq 0, \beta_0^2+\beta_1^2+\beta_2^2 \neq 0,$ $\gamma_0^2 + \gamma_1^2 \neq 0, \delta_0^2 + \delta_1^2 \neq 0, \rho_0^2 + \rho_1^2 \neq 0$. Отметим что, при $\gamma_1 = 0, \rho_0 = 0,$ $\rho_1 = 0$ эта задача изучена в работах [1, 2].

Теорема. *Пусть $a_i(x,y) \in C^{i,0}(\bar{D}), a_2(x,y) \leq 0, a_{2xx} - a_{1x} + 2a_0 > 0$ и выполнено условие: если $\alpha_0\beta_0\gamma_0\delta_0\rho_0 \neq 0$, то $\alpha_0\alpha_1 \geq 0, \beta_0\beta_1 \leq 0,$ $\gamma_0\gamma_1 \leq 0,$ $\delta_0\delta_1 < 0, \rho_0\rho_1 \geq 0, (-1)^i[a_1(i,y) - a_{2x}(i,y)] \geq 0, i = 0,1; \frac{\gamma_1}{\gamma_0} +$*

$1 \geq 0, \rho_0 + \frac{\rho_1}{\rho_0} a_2(1, y) > 0$. *Тогда задача (1)–(6) имеет единственное решение.*

Доказана однозначная разрешимость задачи (1)–(6).

Литература

1. *Абдиназаров С.* Об одной краевой задаче для одного неклассического уравнения // УзМЖ. 1991. № 4. С. 3-13.

2. *Джураев Т.Д.* Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов. Ташкент: Фан, 1979. 240 с.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ПЛОСКОСТИ

© Жура Н.А.[1], Солдатов А.П.[2]

[1]Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН (Россия, Москва)
e-mail: nikzhura@gmail.ru

[2]Белгородский государственный университет (Россия, Белгород)
e-mail: soldatov48@gmail.com

Рассматривается строго гиперболическая система первого порядка с постоянными коэффициентами, состоящая из четырех уравнений, в ограниченной кусочно-гладкой области. Предполагается, что граница этой области составлена из восьми гладких нехарактеристических дуг. В этой области ставятся краевые задачи по двум линейным соотношениям между компонентами искомого решения. Показано, что при некоторых дополнительных условиях на коэффициенты этих соотношений, границу области и характер поведения решения вблизи характеристик, проходящих через угловые точки области, эти задачи однозначно разрешимы.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

© Зайцева Н.В.

Казанский (Приволжский) федеральный университет (Россия, Казань)
e-mail: n.v.zaiceva@yandex.ru

В прямоугольной области $D = \{(x, t) | \, 0 < x < l, \, 0 < t < T\}$, где $l, T > 0$ – заданные действительные числа, исследована задача: *найти функцию $u(x, t)$, удовлетворяющую условиям:*

$$u(x, t) \in C^1(\overline{D}) \cap C^2(D), \tag{1}$$

$$u_{tt} - x^{-k}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^k u_x\right) = 0, \quad k \geq 1, \quad (x,t) \in D, \tag{2}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$

$$u_x(l,t) + \int_0^l u(x,t)\, x^k\, dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T. \tag{3}$$

Интегральное условие (3) – есть нелокальное интегральное условие второго рода, согласно терминологии Л.С. Пулькиной [1].

Единственность решения задачи доказана методом интегральных тождеств. Методом спектрального анализа [2, 3] доказаны теоремы существования и устойчивости. Решение задачи получено в виде ряда Фурье–Бесселя и приведено обоснование сходимости построенного ряда в классе регулярных решений (1) и (2).

Литература

1. *Пулькина Л.С.* Нелокальная задача с интегральным условием для гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 7. С. 887-892.

2. *Сабитов К.Б.* Краевая задача для уравнения параболо-гиперболического типа с нелокальным интегральным условием // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46, № 10. С. 1468-1478.

3. *Zaitseva N.V.* Keldysh type problem for B-hyperbolic equation with integral boundary value condition of the first kind // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2017. Vol. 38, № 1. Pp. 162-169.

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

© Зикиров О.С.

Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека
(Узбекистан, Ташкент)
e-mail: zikirov@yandex.ru

В области $D = \{(x,y) : 0 < x < l,\ 0 < y < h\}$ рассмотрим гиперболическое уравнение третьего порядка вида

$$Mu \equiv \left(\alpha\frac{\partial}{\partial x} + \beta\frac{\partial}{\partial y}\right) u_{xy} + Lu = g(x,y), \tag{1}$$

где $\alpha,\ \beta$ – заданные постоянные, причем $\alpha^2+\beta^2\neq 0$, а L – линейное дифференциальное выражение вида

$$Lu\equiv a(x,y)u_{xx}+2b(x,y)u_{xy}+c(x,y)u_{yy}+d(x,y)u_x+e(x,y)u_y+f(x,y)u,$$

которое относится к одному из канонических видов, указанных в [1].

В работе для уравнения (1) изучается следующая задача: *найти в области D решение $u(x,y)$ уравнения (1), удовлетворяющее начальным*

$$u(x,0)=\psi_1(x),\quad u_y(x,0)=\psi_2(x),\quad 0\leq x\leq l, \tag{2}$$

и интегральным условиям

$$\int\limits_0^l u(x,y)dx=\varphi_1(y),\qquad 0\leq y\leq h, \tag{3}$$

$$\int\limits_0^l xu(x,y)dx=\varphi_2(y),\qquad 0\leq y\leq h, \tag{4}$$

где $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$ — заданные функции и удовлетворяют условиям согласования:

$$\int\limits_0^l \psi_1(x)dx=\varphi_1(0),\quad \int\limits_0^l x\psi_1(x)dx=\varphi_2(0),$$

$$\int\limits_0^l \psi_2(x)dx=\varphi_1'(0),\quad \int\limits_0^l x\psi_2(x)dx=\varphi_2'(0).$$

Через $C^{k,l}(D)$ обозначим класс функций $u(x,y)$, непрерывных вместе со своими частными производными порядка $\frac{\partial^{m+n}u(x,y)}{\partial x^m\partial y^n}$ для всех $m=\overline{0,k}$, $n=\overline{0,l}$; $C^{k,0}(D)=C^k(D)$ и $C^0(D)=C(D)$.

Под классом $C^{(k,\nu)}(D)$ понимаются определенные в области D функции, у которых все частные производные порядка k существуют и удовлетворяют условию Гельдера с показателем ν, $0<\nu<1$.

Определение. *Регулярным в области D решением уравнения (1) называется действительная функция $u(x,y)$, из класса $C^{2,1}(D)\cap C^{1,2}(D)\cap C^{1,1}(\overline{D})$, и удовлетворяющая ему в обычном смысле.*

Будем требовать выполнения следующих условий:

Условие 1. *Коэффициенты уравнения (1) удовлетворяют условиям*

$$a(x,y) \in C^{1,0}(\overline{D}) \cap C^{2,0}(D);\ b(x,y) \in C^{1,0}(\overline{D}) \cap C^{0,1}(\overline{D}) \cap C^{1,1}(D);$$
$$c(x,y) \in C^{0,1}(\overline{D}) \cap C^{0,2}(D);\ d(x,y) \in C^{0,0}(\overline{D}) \cap C^{1,0}(D);$$
$$e(x,y) \in C^{0,0}(\overline{D}) \cap C^{0,1}(D);\ f(x,y) \in C^{0,0}(D),$$

кроме того, $d(x,y) < 0$, $e(x,y) < 0$ для любых $(x,y) \in D$.

Условие 2. *Заданные функции* $\psi_i(x)$, $\varphi_i(y)$ $(i = 1,2)$ *и* $g(x,y)$ *удовлетворяют условиям*

$$\psi_i(x) \in C^2[0,l]; \quad \varphi_i(y) \in C^2[0,h],\ (i=1,2), \quad g(x,y) \in C^{(1,\lambda)}(\overline{D}),$$

кроме того $g(x,0) = g(0,y) = 0$.

Методом функции Римана доказана следующая теорема разрешимости смешанной задачи (1)–(4).

Теорема. *Пусть выполнены условие 1 и условие 2. Тогда нелокальная задача (1)–(4) разрешима и притом единственным образом.*

Литература

1. *Джураев Т.Д., Попелек Я.* О классификации и приведении к каноническому виду уравнений с частными производными третьего порядка // Дифференц. уравнения. 1991. Т. 27, № 10. С. 1734-1745.

О НЕКОТОРЫХ АДДИТИВНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

© Зинченко Н.А.

Белгородский государственный национальный исследовательский университет (Россия, Белгород)
e-mail: zinchenko@bsu.edu.ru

Аддитивные задачи с простыми числами исторически занимали важное место в теории чисел. Получение асимптотических формул для числа решений многих аддитивных задач, в том числе тернарных, стало возможным в результате применения общего метода аналитической теории чисел, развитого в трудах Г. Харди, Дж. Литтлвуда и И.М. Виноградова [1]. Некоторые бинарные аддитивные задачи, которые не удавалось решить с помощью кругового метода, были решены с помощью дисперсионного метода Ю.В. Линника [2].

В работах С.А. Гриценко были решены некоторые аддитивные задачи (тернарные или использующие схему решения тернарной задачи) с простыми числами из “виноградовских” отрезков [3]. Бинарные аддитивные задачи с простыми числами из таких множеств пока решению не поддаются. Удается решить некоторые задачи с полупростыми числами из виноградовских промежутков. Например, можно получить асимптотическую формулу для числа решений диофантова уравнения $xy + p_1p_2 = n$, где p_1 и p_2 — простые, а x и y — натуральные числа, при условии, что числа p_1p_2 лежат в промежутках $[(2m)^c, (2m+1)^c)$, m - натуральные, $1 < c \leq 2$, p_1 и p_2 - простые числа, $p_i > \exp(\sqrt{\ln n}\ )$ $(i = 1, 2)$:

$$J_1(n) = \frac{1}{2} J(n)(1 + O(\frac{\ln\ln\ln n}{\ln\ln n})),$$

где $J_1(n) = \sum_{\substack{p_1p_2+xy=n \\ p_1>\exp(\sqrt{\ln n}\ ),\ p_2>\exp(\sqrt{\ln n}\ ) \\ \{\frac{1}{2}(p_1p_2)^{\frac{1}{c}}\}<\frac{1}{2}}} 1$, $J(n) = \sum_{\substack{p_1p_2+xy=n \\ p_1>\exp(\sqrt{\ln n}\ ) \\ p_2>\exp(\sqrt{\ln n}\ )}} 1$,

$J(n) \sim c_0 n \ln\ln n,\ c_0 = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\mu^2(r)}{r\varphi(r)}$.

Литература

1. *Виноградов И.М.* Метод тригонометрических сумм в теории чисел. М.: Наука, 1976. 120 с.

2. *Линник Ю.В.* Дисперсионный метод в бинарных аддитивных задачах. Л.: Изд-во ЛГУ, 1961. 208 с.

3. *Гриценко С.А.* Три аддитивные задачи // Изв. РАН. Сер. мат. 1992. Т. 56, № 6. С. 1198-1216.

О КЛАССЕ КОНЕЧНЫХ ГРУПП С ПОДГРУППАМИ ШМИДТА РАНГА 4

© Зубей Е.В.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
(Беларусь, Гомель)
e-mail: ekaterina.zubey@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы.

Группой Шмидта называют ненильпотентную группу, у которой все собственные подгруппы нильпотентны.

Пусть $G_0 = 1 \leq G_1 \leq \ldots \leq G_m = G$ — главный ряд разрешимой группы G. Тогда факторы G_i/G_{i-1} являются элементарными абелевыми примарными группами. Пусть $p_i^{n_i} = |G_{i+1}/G_i|$, все p_i — простые числа, не обязательно различные. Число $r(G) = \max_{1\leq i\leq m} n_i$

называется рангом разрешимой группы G, [1, VI.5.2]. В силу теоремы Жордана – Гельдера любые два главных ряда группы G изоморфны, поэтому значения ранга для каждой группы определяется однозначно.

Обозначим через $\mathbf{Sch}(n)$ класс, состоящих из всех нильпотентных групп и всех групп, у которых каждая подгруппа Шмидта имеет ранг n. При каждого $n \leq 3$ класс $\mathbf{Sch}(n)$ изучен в [2–5]. Для $n = 4$ доказана

Теорема. *Пусть* $G \in \mathbf{Sch}(4)$. *Тогда*

(1) G *– 2-замкнута;*

(2) $5'$*-холлова подгруппа 2-разложима и 3-нильпотентна;*

(3) *класс* $\mathbf{Sch}$*(4) является наследственной насыщенной радикальной формацией.*

Литература

1. *Huppert B.* Endliche Gruppen. I. Berlin: Springer-Verl., 1967.
2. *Монахов В.С.* О конечных группах с заданным набором подгрупп Шмидта // Матем. заметки. 1995. Т. 58, № 5. С. 717-722.
3. *Maksimov S.L., Monakhov V.S.* On classes of finite group with fixed Schmidt subgroups // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2001. Suppl. 2. Pp. 179-185.
4. *Максимов С.Л.* О конечных группах с подгруппами Шмидта ранга 3 // Известия Гомельского госуниверситета имени Ф.Скорины. 2001. № 3 (6). С. 186-190.
5. *Максимов С.Л.* О конечных группах с подгруппами Шмидта ранга 2 // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.–мат. навук. 2002. № 2. С. 38-41.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

© Зуннунов Р.Т.[1], Эргашев А.А.[2]

[1]Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз (Узбекистан, Ташкент)

[2]Кокандский государственный педагогический институт (Узбекистан, Коканд)

e-mail: zunnunov@mail.ru

Рассмотрим уравнение смешанного типа

$$\mathrm{sign}\ \mathrm{y}|\mathrm{y}|^{\mathrm{m}}\mathrm{u}_{\mathrm{xx}} + \mathrm{u}_{\mathrm{yy}} - \lambda^2|\mathrm{y}|^{\mathrm{m}}\mathrm{u} = 0, \quad \mathrm{m} > 0, \tag{1}$$

в неограниченной смешанной области $\Omega = \Omega_1 \cup AB \cup \Omega_2$, где $\Omega_1 = \{(x, y) : -\infty < x < +\infty, 0 < y < 1\}$, $AB = \{(x, y) : -1 < x < 1, y = 0\}$, а Ω_2 – область ограниченная, при $y < 0$ отрезком $\overline{AB}$ и характеристиками $AC : x - [2/(m+2)](-y)^{(m+2)/2} = -1$ и $BC : x + [2/(m+2)] \times \times (-y)^{(m+2)/2} = 1$ уравнения (1).

Пусть λ – заданное действительное число, причем $\lambda = \lambda_1$ при $y > 0$ и $\lambda = \lambda_2$ при $y < 0$. Через $\theta_{-1}(x)$ и $\theta_1(x)$ обозначим точки пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки $(x, 0) \in AB$ с характеристиками AC и BC соответственно.

Задача T^∞. *Найти функцию $u\ (x, y)$, обладающую следующими свойствами:*

1) $u\ (x, y) \in C\left(\overline{\Omega}\right) \cap C^1(\Omega) \cap C^2(\Omega_1)$, причём $u_y\ (x, 0)$ может обращаться в бесконечность порядка меньше, чем $1-2\beta$ при $x \to \pm 1$;

2) $u\ (x, y)$ является регулярным в Ω_1 и обобщенным из класса R_1 [1] в Ω_2 решением уравнения (1);

3) $u\ (x, y)$ удовлетворяет следующим условиям

$$u\ (x, 1) = \varphi_1(x), \quad -\infty < x < +\infty;$$

$$u\ (x, 0) = \varphi_2(x), \quad -\infty < x \le -1;$$

$$u\ (x, 0) = \varphi_3(x), \quad 1 \le x < +\infty;$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} u(x, y) = 0, \ \text{равномерно по } y \in [0, 1];$$

$$a(x)\, A_{-1x}^{1,\lambda_2}\left\{D_{-1x}^{1-\beta} u[\theta_{-1}(x)]\right\} + b(x)\, A_{1x}^{1,\lambda_2}\left\{D_{1x}^{1-\beta} u[\theta_1(x)]\right\} +$$

$$+ c(x)\, u_y(x, 0) = d(x), \quad (x, 0) \in AB$$

где $a(x), b(x), c(x), d(x), \varphi_i(x), (i = 1, 2, 3)$ – заданные функции, причём $a^2(x) + b^2(x) \ne 0\ \forall x \in [-1, 1]$; $a(x), b(x), c(x), d(x) \in C^1[-1, 1]$, а $\varphi_i(x)$ при достаточно больших $|x|$ удовлетворяет неравенству $|\varphi_i(x)| \le M|x|^{-1-\sigma}$. Здесь $\beta = m/(2m+4)$, $M = const > 0$, σ – достаточно малое положительное число, $A_{kx}^{1,\lambda_2}[f(x)]$ – оператор, введенный в [1], а $D_{sx}^{\delta}[f(x)]$ – оператор дробного интегро-дифференцирования порядка δ в смысле Римана-Лиувилля.

Методами интегральных уравнений и принципа экстремума доказывается однозначная разрешимость исследуемой задачи.

Литература

1. *Салахитдинов М.С., Уринов А.К.* Краевые задачи для уравнения смешанного типа со спектральным параметром. Т.: ФАН, 1997. 165 с.

О ПРИМЕНЕНИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В КРИПТОГРАФИИ

© Ибрагим А.С.

Кабардино-Балкарский государственный университет (Россия, Нальчик)
e-mail: asibragim@gmail.com

В настоящее время при защите информации большое значение имеет обработка и передача больших объемов данных. При обеспечении информационной безопасности необходимо помнить о скорости обработки и передачи защищенной информации. Поэтому в настоящее время является актуальным применение параллельных вычислений при решении задач криптографической защиты данных.

При шифровании информации в Российской Федерации используется ГОСТ Р 34.12-2015. Для реализации данного алгоритма применима любая из существующих технологий разработки параллельных алгоритмов: OpenMP; MPI; Cuda. При осуществлении алгоритма в системах с общей памятью (Open MP) используется алгоритм, при котором обработка каждого блока данных будет реализована на отдельном ядре с последовательной реализацией этого алгоритма [1].

Считывание данных и заполнение буфера выполняется центральным процессором, после чего буфер передается на сопроцессор, где происходит параллельная обработка всех блоков входных данных [2]. Такой подход позволяет, независимо от других блоков, выполнять шифрование и дешифрование данных. При параллельной реализации алгоритма скорость работы увеличивается примерно в 3,5 раза в сравнении с последовательной реализацией.

Литература

1. *Ибрагим А.С.* Криптография и применение параллельных вычислений в криптографии // Сборник Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе С. 305-309.

2. *Коробицын В.В., Ильин С.С.* Реализация симметричного шифрования по алгоритму ГОСТ 28147 на графическом процессоре с использованием технологии CUDA // Информационные технологии. 2011. №4. С. 41-46.

О БАЗИСНОСТИ КОРНЕВЫХ ФУНКЦИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПУЧКА С ЧЕТЫРЕХКРАТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ПРИ ОБЩИХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

© Ибрагимов М.Г.

Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)
e-mail: murad.ibragimov72@mail.ru

Рассматривается краевая задача с параметром для λ:

$$\left(\frac{d}{dx}-\lambda\right)^4 y(x)=0, \tag{1}$$

$$y(0)=0,\ y(1)=0,\ y'(1)=0,\ y''(1)=0,\ 0<x<1. \tag{2}$$

Она с точки зрения классической теории не относится к регулярным типам задач в смысле Биркгофа–Тамаркина, как в отношении дифференциального выражения, так и граничных условий. Подобные задачи рассмотрены ранее лишь в случае дифференциальных операторов второго порядка (см. [1]).

Показывается асимптотическое при $j\to\infty$ представление собственных чисел

$$\lambda_j \approx \ln\sqrt{2}+j\pi\sqrt{-1},\ j\in Z.$$

Теорема. *Пусть f_0, f_1, f_2, f_3 — четырежды непрерывно дифференцируемые на $[0,1]$ функции, и*

$$f_i^{(k)}(x)\mid_{0,1}=0,\ k=0,\ 1,\ 2;\ i=0,\ 1,\ 2,\ 3.$$

Тогда справедлива формула четырехкратного разложения по корневым элементам задачи (1)–(2):

$$-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\int_{c_\nu}\lambda^s d\lambda\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)\left(\sum_{k=0}^{3}\lambda^{3-k}f_k(x)+\right.$$

$$\left.+\sum_{\substack{k+l\leqslant 4\\ 1\leqslant k\leqslant 3}}(-1)^l\binom{4}{l}\frac{d^k}{dx^k}\left(\lambda^{k-1}f_0(\xi)+\lambda^{k-2}f_1(\xi)+f_2(\xi)\right)\right)d\xi=f_s(x),$$

$s=0,\ 1,\ 2,\ 3$, c_ν - малая окружность с центром λ_ν, G – функция Грина. Сходимость рядов равномерная на $[0,1]$.

Литература

1. *Печенцов А.С.* Краевые задачи для дифференциальных уравнений, содержащих параметр с кратными корнями характеристического уравнения // Дифференциальные уравнения. 1984. Т. 20, № 2. С. 263-273.

ТЕОРЕМА СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ТОЧЕЧНЫМИ СИНГУЛЯРНОСТЯМИ

© Исраилов С.В.[1], Сагитов А.А.[2]

[1]Комплексный научно-исследовательский институт имени Х.И. Ибрагимова,
[1]Чеченский государственный педагогический университет,
[1,2]Чеченский государственный университет (Россия, Грозный)
e-mail: segitov@mail.ru

Рассматривается уравнение

$$y(x) = \int_a^x \mathcal{K}(x, s, y(s))\, ds, \tag{1}$$

в котором считается, что функция $\mathcal{K}(x, s, y)$ определена в области $\mathcal{D}$: $\{x, s \in (a,\ b],\ |y| \leq d\}$,

d – заданное число, при $x = a,\ s = a$ имеет неограниченные разрывы, а для других значений $x,\ s$ и y непрерывна и допускает ограничение [1]:

$$|\mathcal{K}(x, s, y(s))| \leq \psi(x)\, \overline{\psi}(s),$$

где $\psi(x)\overline{,\psi}(s)$ непрерывны при $x, s \in (a,\ b]$ и

$$\lim_{x \to a} \psi(x) \int_a^x \overline{\psi}(s)\, ds\ = 0,\ \max_{x \in [a,b]} \psi(x)\ \int_a^x \overline{\psi}(t)\, dt \leq d.$$

Решение уравнения (1) ищется в множестве непрерывных функций $y(x) \in\ (a, b)$ с нормой $\|y\| = max\, |y(x)|$ и соответствующей метрикой [2], [3].

Литература

1. *Оганджанян В.Г.* Теоремы существования для сингулярных интегральных уравнений с разрывным оператором // Дифференциальные уравнения. 1969. Т. 5, № 9. С. 1641-1651.

2. *Шаталов Ю.С.* К вопросу о единственности решений систем сингулярных интегральных уравнений типа Вольтерра // Дифференциальные уравнения. 1967. Т. 3, № 6. С. 905-911.

3. *Исраилов С.В.* Исследование нестандартных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Махачкала: АЛЕФ, 2011. С. 439.

К ВОПРОСУ О ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ $\Sigma\Pi$-НЕЙРОНА

© Казаков М.А.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: f_wofgang@mail.ru

$\Sigma\Pi$-нейрон представляет собой разновидность искусственных нейронов. Функция суммирования дискретного $\Sigma\Pi$-нейрона представляет собой полилинейную функцию:

$$sp(X) = \theta + \sum_{k=1}^{N} \omega_k \prod_{i \in \mathbf{i}_k} x_i$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)$ – вектор входов, Θ – константа, ω_1 – весовые коэффициенты, $\varnothing \neq i_k \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ – синаптический кластер [1].

Предложена схема построения логического $\Sigma\Pi$-нейрона с фиксированными синаптическими кластерами на базе цифровых и аналоговых электронных элементов. В качестве функции активации нейрона используется пороговая функция.

Схема принимает цифровой сигнал в виде двоичного n-мерного вектора, в соответствии с количеством входных контактов. Количество конъюнкторов соответствует количеству кластеров. Каждый конъюнктор реализует логическое произведение входных сигналов соответствующего кластера. Функция синапса реализуется комплексом регистра и цифро-аналогового преобразователя (ЦАП). Значение синаптических весов хранится в регистрах. В зависимости от значения синаптического веса, ЦАП преобразует сигнал от конъюнктора в соответствующий уровень напряжения X_k. Аналоговый сумматор производит суммирование напряжений, получаемых от всех ЦАП:

$$U_s = k \sum_{k=1}^{N} X_k$$

Для того, чтобы значение напряжения сумматора U_s не превышало рабочее напряжение U_0, необходимо, чтобы выполнялось условие $k = 1/N$. Пороговую функцию активации выполняет компаратор. На выходе образуется цифровой сигнал.

Использование аналоговых элементов для реализации функции суммирования обладает преимуществом быстродействия перед цифровым сумматором, однако проигрывает в точности. При построении нейронных сетей можно будет комбинировать нейроны с цифровым суммированием и с аналоговым суммированием, в зависимости от приоритета точности и быстродействия.

Литература

1. *Шибзухов З.М.* Конструктивные методы обучения сишма-пи нейронных сетей. М.: Наука, 2006. 159 с.

2. *Бабич Н.Ч., Жуков И.А.* Компьютерная схемотехника. Методы построения и проектирования. К.: МК-Пресс, 2004. 576 с.

ВОЗРАСТНАЯ ПОПУЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МАК-КЕНДРИКА–ТОРНКВИСТА

© Кайгермазов А.А., Шаков Х.К.

Кабардино–Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова
(Россия, Нальчик)
e-mail: arslan1961@yandex.ru

В области $\Omega=\{(\tau,t)\colon 0<\tau<l, 0<t<T\}$ рассмотрим задачу [1]:

$$u_\tau + u_t = -\frac{a_0\tau}{a_1+\tau}u, \tag{1}$$

$$u(\tau,0) = \varphi(\tau), \tag{2}$$

$$u(0,t) = \int\limits_0^l c(\tau)\cdot u(\tau,t)d\tau. \tag{3}$$

Здесь $u(\tau,t)$ – численность популяции возраста τ в момент времени t; $c(\tau)$ – коэффициент рождаемости; l –максимальный возраст популяции; $\varphi(\tau)$ – функция начального возрастного распределения, $0\le a_0$, $a_1\le 1=\text{const}$.

Исследованы стационарные состояния задачи (1)–(3) [2]. Получено:

1. Вид функции $c(\tau)$ и значения коэффициентов a_0, a_1 могут привести не только к вырождению и неограниченному росту популяции, но и влиять на наличие стационарных состояний и их количество.

2. Определенный вклад на наличие стационарных состояний популяций вносит и значение продолжительности жизни особей l.

В частности, когда $a_0a_1 = 1$, $c(\tau) = c_0$=const, если взять $l = \frac{1}{a_0}$, то при выполнении условия $c_0 = \frac{a_0 e}{2e} - 3$, задача (1)–(3) имеет континуум стационарных решений.

Литература

1. *Кайгермазов А.А., Кудаева Ф.Х.* Об одной математической модели динамики возрастной структуры // "Естественные и математические науки в современном мире": материалы XXV международной научно-практической конференции. Новосибирск. 2014. № 12 (24). С. 17-26.

2. *Кайгермазов А.А., Кудаева Ф.Х.* Стационарные состояния непрерывной популяционной модели с возрастной структурой // Южно-Сибирский научный вестник. 2015. № 2 (10). С. 9-12.

АСИМПТОТИКА ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

© Карашева Л.Л.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: k.liana86@mail.ru

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}u(x,t) + (-1)^n \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}}u(x,t) = f(x,t), \tag{1}$$

где $n \in \mathbb{N}$, $\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}$ – оператор дробного дифференцирования порядка α, $0 < \alpha < 1$ [1].

При $n = 1$ для уравнения (1) в работе [2] построено фундаментальное решение, решена задача Коши и доказана теорема единственности в классе функций, удовлетворяющих аналогу условия А.Н. Тихонова. В работе [3] получена асимптотика фундаментального решения уравнения (1) при $\alpha = 1$. В работе [4] построены различные представления фундаментального решения уравнения (1). В работе [5] получена оценка фундаментального решения уравнения (1). Для уравнения (1) наиболее полную библиографию можно найти в работах [4], [5].

В данной работе получено асимптотическое разложение фундаментального решения уравнения (1).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00462.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высш. шк., 1995. 301 с.

2. *Псху А.В.* Фундаментальное решение диффузионно-волнового уравнения дробного порядка // Изв. РАН Сер. матем. 2009. Т. 73, № 2. С. 141-182.

3. *Гиндикин С.Г.,Федорюк М.В.* Асимптотика фундаментального решения параболического уравнения с постоянными коэффициентами // УМН. 1973. Т. 28, № 1 (169). С. 235–236.

4. *Карашева Л.Л.* Фундаментальное решение параболического уравнения высокого порядка с дробной производной по временной переменной // Известия КБНЦ РАН. 2016. № 2 (70). С. 10-14.

5. *Карашева Л.Л.* Оценка фундаментального решения уравнения параболического типа высокого порядка с производной Римана-Лиувилля по временной переменной // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2016. № 4-1 (16) С. 30-35.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ТРЕМЯ СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

© Каримов К.Т.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: karimovk80@mail.ru

В области $\Omega = \{(x, y, z) : 0 < x < a,\, 0 < y < b,\, 0 < z < c\}$ рассмотрим трехмерное эллиптическое уравнение

$$Lu \equiv u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} + \frac{2\alpha}{x}u_x + \frac{2\beta}{y}u_y + \frac{2\gamma}{z}u_z = 0, \qquad (1)$$

где $u = u(x, y, z)-$ неизвестная функция, а $\alpha, \beta, \gamma \in R$.

В данной работе исследована следующая задача.

Задача DN. Найти функцию $u(x, y, z) \in C\left(\bar{\Omega}\right) \cap C^2(\Omega)$, удовлетворяющую уравнению (1) в области Ω и краевым условиям

$$\lim_{x\to 0} x^{2\alpha} u_x(x, y, z) = \varphi_1(y, z), \;\; 0 < y < b, \;\; 0 < z < c;$$

$$u(a, y, z) = \varphi_2(y, z), \;\; 0 \le y \le b, \;\; 0 \le z \le c;$$

$$\lim_{y\to 0} y^{2\beta} u_y(x, y, z) = \psi_1(x, z), \;\; 0 < x < a, \;\; 0 < z < c;$$

$$u(x,b,z) = \psi_2(x,z), \ \ 0 \le x \le a, \ \ 0 \le z \le c;$$
$$\lim_{z\to 0} z^{2\gamma} u_z(x,y,z) = \chi_1(x,y), \ \ 0 < x < a, \ \ 0 < y < b;$$
$$u(x,y,c) = \chi_2(x,y), \ \ 0 \le x \le a, \ \ \ 0 \le y \le b,$$

где $\varphi_i, \ \psi_i, \ \chi_i, \ i = \overline{1,2}$– заданные непрерывные функции.

При $0 < \alpha, \beta, \gamma < (1/2)$ методом интегралов энергии доказано, что задача DN не может иметь более одного решения. Далее, применяя метод Фурье доказано, что если функции $\varphi_i, \ \psi_i, \ \chi_i, \ i = \overline{1,2}$ принадлежат классу C^3, то существует решение задачи DN.

КОЭРЦИТИВНЫЕ ОЦЕНКИ И РАЗДЕЛИМОСТЬ НЕЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА-БЕЛЬТРАМИ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

© Каримов О.Х.

Институт математики им. А. Джураева академии наук республики Таджикистан (Таджикистан, Душанбе)

e-mail: karimov_olim@mail.ru

Разделимость дифференциальных выражений и соответствующие свойства коэрцитивности исследованы во многих работах (см. [1]-[4] и имеющиеся там ссылки).

В докладе речь идёт о коэрцитивных свойствах и разделимости нелинейного оператора Лапласа–Бельтрами в гильбертовом пространстве.

Рассмотрим в R^n дифференциальный оператор

$$L[u] = -\frac{1}{\sqrt{\mathrm{detg(x)}}}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\sqrt{\mathrm{detg(x)}}g^{-1}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right] + V(x,u)u(x),$$

где $g(x) = (g_{ij}(x))$- Риманова матрица, а $V(x,z)$ – положительная функция.

Представим функцию $V(x,z)$ в виде

$$V(x,z) = F(x,\xi,\eta), \ \xi = Rez, \ \eta = Imz.$$

Найдены условия на функцию $V(x,z)$, при выполнении которых уравнение

$$-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{detg(x)}}}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\sqrt{\mathrm{detg(x)}}g^{-1}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right] + V(x,u)u(x) = f(x) \qquad (1)$$

разделяется в пространстве $L_2(R^n)$, и для всех решений $u(x) \in L_2(R^n) \cap W^2_{2,loc}(R^n)$, удовлетворяющих уравнению (1) с правой частью $f(x) \in L_2(R^n)$, выполняется следующее коэрцитивное неравенство:

$$\left\| \frac{1}{\sqrt{\mathrm{detg(x)}}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sqrt{\mathrm{detg(x)}} g^{-1}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right]; L_2(R^n) \right\| + \|V(x,u)u; L_2(R^n)\| +$$

$$+ \left\| g^{-\frac{1}{2}}(x) V^{\frac{1}{2}}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j}; L_2(R^n) \right\| \le M \|f(x); L_2(R^n)\|,$$

где положительное число М не зависит от $u(x)$, $f(x)$.

Литература

1. *Бойматов К.Х.* Теоремы разделимости // Доклады Академии наук СССР. 1973. Т. 213. С. 1009-1011.
2. *Отелбаев М.* Коэрцитивные оценки и теоремы разделимости для эллиптических уравнений в R^n // Труды МИАН СССР. 1983. Т. 161. С. 195-217.
3. *Zayed E.M.E., Mohamed A.S., Atia H.A.* Inequalities and separation for the Laplace-Beltrami differential operator in the hilbert spaces // Journal Math. Anal. Appl. 2007. Vol. 336. Pp. 81-92.
4. *Каримов О.Х.* О разделимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. 2014. № 4 (157). С. 42-50.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСЧЕТА ПРИ ПРОГНОЗАХ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

© Кармоков М.М., Буздова А.В.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова (Россия, Нальчик)

e-mail: mkarmokov@yandex.ru

В современной гидродинамической теории большое внимание уделяется задачам долгосрочного прогнозирования уровня грунтовых вод (УГВ) на орошаемой территории, а также регулированию УГВ при орошении.

На практике возникает необходимость длительного прогноза уровня грунтовых вод. Сложность решения этой задачи обусловлена, в основном, двумя причинами: первая из них связана со сложной структурой грунта в области движения грунтовых вод, а вторая причина – потребность длительного прогноза (до 20 лет).

В работе исследуется возможность применения метода конечных элементов (МКЭ) для решения трехмерных нестационарных задач движения грунтовых вод на основе использования уравнения неразрывности для определения распределения напора в области прогноза с соответствующими граничными условиями. На каждом временном шаге (экспериментально был выбран шаг 0,2 сут.) алгоритм предусматривает перерасчет распределения напора $h(x, y, z, t)$, что приводит к большим затратам машинного времени. Поэтому перерасчет напора производится при максимальном изменении уровня в каком-либо узле на 5 см. Это приводит к значительному уменьшению затрат машинного времени. Результаты совпадают с перерасчетом в каждый момент времени. Новое положение депрессионной кривой определяется с помощью уравнения баланса. В качестве тестов были выбраны результаты, полученные с помощью аналоговых электрогидродинамических машин.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ СВЕРТЫВАНИИ КРОВИ С УЧЕТОМ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ

© Карпов В.Е., Лобанов А.И.

Московский физико-технический институт (государственный университет)
(Россия, Долгопрудный)
e-mail: carpson@mail.ru, alexey@crec.mipt.ru

При исследовании процессов свертывания крови обычно особое внимание уделяется либо каскадам химических реакций в плазме крови человека, либо тромбоцитарным механизмам формирования тромба. Вопросы полимеризации тромбина, в частности, полимеризации в потоке крови, остаются за рамками исследований. Исключения составляют работы Г.Т. Гурия с соавторами [1]. В цитируемой работе авторы строят математическую модель, основанную на технике моментов. В [2] предложена математическая модель полимеризации, учитывающая появление новой фазы.

Цель представленной работы – построение разностной схемы для решения полной задачи о полимеризации фибрина с учетом гидродинамических течений. В данном приближении кровь моделируется вязкой несжимаемой жидкостью. Для гидродинами ческой части задачи строится разностная схема в переменных «вихрь-функция тока». Рассматривается реализация граничных условий на подвижной фазовой границе.

Для решения систем уравнений типа «реакция-диффузия» строятся неявные разностные схемы. При описании фазового перехода использована явная разностная схема. Обсуждаются границы применимости предложенного подхода к реализации численного метода.

Данный подход может быть использован и при решении других задач, связанных с фазовыми переходами в движущейся жидкости.

Литература

1. *Рухленко А.С., Злобина К.Е., Гурия Г.Т.* Гидродинамическая активация свертывания крови в стенозированных сосудах. Теоретический анализ // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, №1. С. 155–183.

2. *Lobanov A.I., Nikolaev A.V., Starozhilova T.K.* Mathematical model of fibrin polymerization // Math. Model. Nat. Phenom. 2011. Vol. 6, № 7.

О РАСЩЕПЛЯЕМЫХ КОНГРУЭНЦИЯХ УНАРНЫХ АЛГЕБР

© Карташов В.К., Карташова А.В.

Волгоградский государственный социально-педагогический университет (Россия, Волгоград)

e-mail: kartashovvk@yandex.ru, e-mail: kartashovaan@yandex.ru

Как известно (см., например, [1]), решетка $ConA$ конгруэнций произвольной алгебры A содержит значительную информацию о свойствах самой алгебры A. Поэтому вопросы, связанные с исследованием свойств решеток конгруэнций, привлекают внимание многих алгебраистов [2].

В работе [1] указывается на особую роль в этом направлении решеток конгруэнций унарных алгебр.

Будем говорить, что унарная алгебра A является *прямой суммой* унарных алгебр B и C, если $A = B \cup C$ и $B \cap C = \emptyset$. Этот факт будем записывать в виде равенства $A = B + C$. Такие конструкции часто встречаются при исследовании решеток конгруэнций (см., например, [3]).

В этом случае для любой конгруэнции $\alpha \in ConA$ положим $\alpha(B) = \alpha \cap (B \times B)$ и $\alpha(C) = \alpha \cap (C \times C)$. Очевидно, что $\alpha(B)$ и $\alpha(C)$ являются конгруэнциями алгебр B и C, соответственно. При этом конгруэнцию α назовем *расщепляемой*, если $\alpha = \alpha(B) \cup \alpha(C) \cup \triangle_A$, где $\triangle_A$ – наименьшая конгруэнция алгебры A.

Теорема. *Пусть $A = B + C$. Тогда расщепляемые конгруэнции алгебры A образуют главный идеал решетки $ConA$, изоморфный решетке $(ConB \times ConC)^*$, где $(ConB \times ConC)^*$ означает решетку, полученную из декартова произведения решеток $ConB$ и $ConC$ присоединением наибольшего элемента внешним образом.*

Литература

1. *Gratzer G., Shmidt E.T.* Characterizations of congruence lattices of abstract algebras // Acta Sci. Math. 1963. Vol. 24. Pp. 34-59.
2. *Карташов В.К.* О некоторых результатах и нерешенных задачах теории унарных алгебр // Чебышевский сб. 2011. Т. 12, № 2. С. 18-26.
3. *Степанова А.А., Птахов Д.О.* Решетки конгруэнций полигонов // Дальневост. матем. журн. 2013. Т. 13, № 1. С. 107-115.

О НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ МАККЕНДРИКА–ФОН ФЕРСТЕРА

© Кенетова Р.О., Лосанова Ф.М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: raisa.kenetova@mail.ru, e-mail: losanovaf@gmail.com

В области $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$ рассмотрим обобщенное уравнение Маккендрика–фон Фёрстера

$$u_x + \lambda D_{0t}^{\alpha} u + c(x)u = f(x,t), \tag{1}$$

$f(x,t), c(x)$ – заданные функции, причем $c(x)$ является функцией смертности, а $f(x,t)$ характеризует различные демографические процессы, $\lambda - const$. При $\alpha = 1$ уравнение (1) называют уравнением Маккендрика–фон Ферстера [1, с. 120]. К уравнению (1) присоединим уравнение рождаемости [1, с. 121]

$$u(0,t) + \int\limits_0^l M(\xi)u(\xi,t)d\xi = \varphi(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{2}$$

где $u(0,t)$ – плотность численности новорожденных особей популяции, l – предельный возраст, коэффициент рождаемости примем равным $M(\xi)$ – функция рождаемости, а $\varphi(t)$ – некоторая управляющая функция, характеризующая возможность активного вмешательства человека на динамику популяции.

Для изучения динамики возрастной структуры популяции, к уравнению (1) необходимо добавить еще начальное условие

$$\lim_{t\to 0} D_{0t}^{\alpha-1}\, u(x,\,\eta) = \tau(x), \quad 0 < x < l. \tag{3}$$

В данной работе исследована задача (2)–(3) для уравнения (1) и проведен сравнительный анализ поведения популяции для различных значений α.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.

ТРЕТЬЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

© Керефов М.А., Керефов Б.М.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова
(Россия, Нальчик)
e-mail: kerefov@mail.ru

Работа посвящена изучению третьей краевой задачи для волнового уравнения с дробной производной Римана–Лиувилля в дифференциальной форме.

В области $Q_T = (0,l) \times (0,T]$ для уравнения

$$D_{0t}^{\alpha+1} u = \frac{\partial}{\partial x}\left[k\,(x,t)\,\frac{\partial u}{\partial x}\right] + f\,(x,t)\,, \quad 0 < x < l, \quad 0 < t \le T, \tag{1}$$

рассмотрим краевую задачу

$$D_{0t}^{\alpha} u(x,t)\big|_{t=0} = u_0(x), \quad D_{0t}^{\alpha-1} u(x,t)\big|_{t=0} = u_1(x), \tag{2}$$

$$u_x\,(0,t) - \beta_1 u\,(0,t) = 0, \quad u_x\,(l,t) + \beta_2 u\,(l,t) = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{3}$$

где $D_{0t}^{\alpha} u$ – дробная производная Римана–Лиувилля порядка α, $0 < \alpha < 1$; β_1, β_2 – постоянные.

В случае, когда коэффициент k в уравнении (1) является постоянной величиной, решение задачи (1)–(3) можно найти методом разделения переменных [1].

Регулярным решением уравнения (1) в области Q_T назовем функцию $u = u\,(x,t)$ из класса $D_{0t}^{\alpha-1} u\,(x,t)$, $D_{0t}^{\alpha} u\,(x,t) \in C\left(\bar{Q}_T\right)$; $u_{xx}\,(x,t)$, $D_{0t}^{\alpha+1} u\,(x,t) \in C\,(Q_T)$, которая удовлетворяет уравнению (1) во всех точках $(x,t) \in Q_T$.

Допустим существование регулярного решения задачи (1)–(3), тогда справедлива следующая теорема.

Теорема. *Пусть* $k_x(x,t)$, $k_t(x,t)$, $f(x,t) \in C\left(\bar{Q}_T\right)$; $u_0(x)$, $u_1(x) \in C[0,l]$, β_1, $\beta_2 \geq 0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $k \geq c_1 > 0$, $k_t \leq 0$ *всюду на* $\bar{Q}$, *и выполнено условие* $u_1(0) = u_1'(0) = u_1(l) = u_1'(l) = 0$, *тогда для решения задачи* (1)–(3) *справедлива априорная оценка*

$$\|D_{0t}^{\alpha}u\|_0^2 \leq M(t)\left(\|f\|_{2,Q_t}^2 + \|u_1'(x)\|_0^2 + \|u_1''(x)\|_0^2 + \|u_0(x)\|_0^2\right).$$

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ АНАЛОГА ЗАДАЧИ А.А. ДЕЗИНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО ПОРЯДКА

© Киржинов Р.А.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: kirzhinov.r@mail.ru

В области $\Omega = \{(x,y) : 0 < x < r, -\alpha < y < \beta\}$ евклидовой плоскости точек (x,y), где r, α и β – действительные положительные числа, рассматривается аналог задачи А.А. Дезина [1, с. 174] для уравнения в частных производных смешанного параболо–гиперболического типа второго порядка

$$\begin{cases} u_{xx}(x,y) - u_y(x,y) = f^+(x,y), & y > 0, \\ u_{xx}(x,y) - u_{yy}(x,y) = f^-(x,y), & y < 0, \end{cases}$$

где $u(x,y)$ – неизвестная функция, $f^+(x,y)$, $f^-(x,y)$ – заданные, достаточно гладкие функции в $\overline{\Omega}^+$ и $\overline{\Omega}^-$ соответственно. Здесь $\Omega^+ = \Omega \cap (y > 0)$, $\Omega^- = \Omega \cap (y < 0)$.

В данной работе сформулирована и доказана методом Трикоми теорема единственности решения $u(x,y)$ исследуемой задачи в области Ω. Решение найдено и выписано в явном виде.

Отметим, что результаты данной работы обобщают результаты работ [2, 3].

Литература

1. *Нахушева З.А.* Нелокальные краевые задачи для основных и смешанного типов дифференциальных уравнений. Нальчик: Издательство Учреждения Российской академии наук Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2011. 196 с.

2. *Киржинов Р.А.* Аналог задачи А.А. Дезина для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2014. Т. 16, № 2. С. 41-46.

3. *Киржинов Р.А.* О единственности решения аналога задачи А.А. Дезина для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2015. Т. 17, № 3. С. 28-30.

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С ХОЛЛОВЫМИ B-ПОДГРУППАМИ

© Князина В.Н.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины (Беларусь, Гомель)
e-mail: knyagina@mail.ru

Конечная ненильпотентная группа, в которой все собственные подгруппы нильпотентны, называется группой Шмидта. Следуя Берковичу ([1], определение 1, см, также, [2], с. 461), конечную группу G будем называть B-группой, если $G/\Phi(G)$ является группой Шмидта. Здесь $\Phi(G)$ – подгруппа Фраттини группы G. Понятно, что каждая группа Шмидта будет B-группой. Диэдральная группа порядка 18 не является группой Шмидта, но будет B-группой.

Через $\mathfrak{B}$ обозначим класс всех конечных групп, у которых каждая максимальная B-группа холлова. Группы, у которых все подгруппы Шмидта холловы, изучены в [3]. Ясно, что все нильпотентные группы, все B-группы и группы, порядок которых свободен от квадратов, принадлежат $\mathfrak{B}$. Максимальные бипримарные ненильпотентные группы из класса $\mathfrak{B}$ являются B-группами. Расширение экстраспециальной группы порядка 409^3 с помощью циклической группы порядка $5 \cdot 41$ будет трипримарной группой из класса $\mathfrak{B}$.

Теорема. *Класс $\mathfrak{B}$ является нормально наследственным гомоморфом и каждая группа из $\mathfrak{B}$ имеет силовскую башню.*

Литература

1. *Berkovich Y.* Some corollaries of Frobenius normal p-complement theorem // Proc. Amer. math. soc. 1999. Vol. 127, № 9. Pp. 2505-2509.

2. *Berkovich Y., Janko Z.* Groups of Prime Power Order. Vol. 3. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2011. 640 p.

3. *Kniahina V.N., Monakhov V.S.* Finite groups with Hall Schmidt subgroups // Publ. Math. Debrecen. 2012. Vol. 81/3-4. Pp. 341-350.

ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

© Кожанов А.И.

Институт математики им С.Л. Соболева СО РАН (Россия, Новосибирск)
e-mail: kozhanov@math.nsc.ru

Задачами сопряжения в контексте настоящего доклада будем называть такие задачи для дифференциальных уравнений, в которых вместе с обычными краевыми условиями задаются также дополнительные условия сопряжения (склейки) на некоторых внутренних многообразиях. Подобные задачи естественным образом возникают в теории краевых задач (задач дифракции) для уравнений с разрывными коэффициентами, в теории уравнений смешанного типа, в теории эволюционных уравнений с переменным направлением эволюции. Представляют интерес эти задачи и как самостоятельный объект.

В докладе излагаются новые результаты о разрешимости задач сопряжения для

– ультрапараболических уравнений с переменным направлением эволюции;

– дифференциальных уравнений с кратными характеристиками;

– псевдогиперболических дифференциальных уравнений;

– квазигиперболических уравнений;

– а также для некоторых других дифференциальных уравнений.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ ЭНТРОПИЙНЫХ РЕШЕНИЙ АНИЗОТРОПНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

© Кожевникова Л.М.

Стерлитамакский филиал БашГУ (Россия, Стерлитамак)
e-mail: kosul@mail.ru

В работе [1] для эллиптических уравнений со степенными нелинейностями с L_1-правой частью было предложено понятие энтропийного решения задачи Дирихле и доказаны его существование и единственность. В настоящей работе в произвольной области $\Omega \subsetneq \mathbb{R}^n = \{\mathrm{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)\}$, $n \geq 2$, анонсирована единственность энтропийного решения задачи Дирихле

$$\operatorname{div} \mathrm{a}(\mathrm{x}, \nabla u) = |u|^{p_0(\mathrm{x})-2}u + a_0(\mathrm{x}, u), \quad u(\mathrm{x})|_{\partial\Omega} = 0. \tag{1}$$

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{p}}(\mathrm{x}) = (p_0(\mathrm{x}), p_1(\mathrm{x}), ..., p_n(\mathrm{x})) \in (C^+(\overline{\Omega}))^{n+1}$. Предполагается, что функции $\mathrm{a}(\mathrm{x},\mathrm{s}) = (a_1(\mathrm{x},\mathrm{s}), \ldots, a_n(\mathrm{x},\mathrm{s}))$, $a_0(\mathrm{x}, s_0)$, $\mathrm{x} \in \Omega$, $s_0 \in \mathbb{R}$, $\mathrm{s} = (s_1, \ldots, s_n) \in \mathbb{R}^n$, каратеодориевы; $a_0(\mathrm{x}, s_0)$ неубывает по $s_0 \in \mathbb{R}$; существуют $\widehat{A}, \overline{a} > 0$ и измеримые функции $\Phi_i(\mathrm{x}) \geq 0$ такие, что для п.в. $\mathrm{x} \in \Omega$ и любых $\mathrm{s}, \mathrm{t} \in \mathbb{R}^n$ справедливы неравенства

$$|a_i(\mathrm{x},\mathrm{s})| \leq \widehat{A}|s_i|^{p_i(\mathrm{x})-1} + \Phi_i(\mathrm{x}), \quad i = 1, \ldots, n; \tag{2}$$

$$(\mathrm{a}(\mathrm{x},\mathrm{s}) - \mathrm{a}(\mathrm{x},\mathrm{t})) \cdot (\mathrm{s} - \mathrm{t}) > 0, \ \mathrm{s} \neq \mathrm{t}; \quad \mathrm{a}(\mathrm{x},\mathrm{s}) \cdot \mathrm{s} \geq \overline{a} \sum_{i=1}^{n} |s_i|^{p_i(\mathrm{x})}. \tag{3}$$

Здесь $\mathrm{s}\cdot\mathrm{t}$ — скалярное произведение. Положим $T_k(r) = r$ при $|r| \leq k$, $T_k(r) = k \operatorname{sign} r$ при $|r| > k$; $\langle u \rangle = \int\limits_{\Omega} u d\mathrm{x}$.

Определение. *Энтропийным решением задачи* (1) *называется измеримая функция* $u : \Omega \to \mathbb{R}$ *такая, что* $A_0(\mathrm{x}) = a_0(\mathrm{x}, u) \in L_1(\Omega)$; $T_k(u) \in \mathring{W}^1_{\overrightarrow{\mathbf{p}}(\cdot)}(\Omega)$ *при всех* $k > 0$; *при всех* $k > 0$, $\xi(\mathrm{x}) \in C_0^1(\Omega)$ *справедливо неравенство:*

$$\langle (a_0(\mathrm{x}, u) + |u|^{p_0(\mathrm{x})-2}u)T_k(u - \xi) \rangle + \langle a(\mathrm{x}, \nabla u) \cdot \nabla T_k(u - \xi) \rangle \leq 0.$$

Теорема. *Пусть выполнены условия* (2), (3), *тогда энтропийное решение задачи* (1) *единственно.*

Литература

1. *Benilan Ph., Boccardo L., Galluet Th., Pierre M., Vazquez J.L.* An L1-theory of existence and uniqueness of solutions of nonlinear elliptic equations // Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze. 1995. Vol. 22. № 2. Pp. 241-273.

ЗАДАЧА О СПРОСЕ И ПРЕДЛОЖЕНИИ В МОНТАЖНО-КОММУТАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

© Кононова Н.В., Хныкина А.Г.

Северо-Кавказский федеральный университет (Россия, Ставрополь)
e-mail: knv_fm@mail.ru

Для произвольного графа (сети) $L(X, U; P)$, имеющего источники $X \in S$ (активные элементы, из которых выходят проводники, соответствующие им вершины O_i и O_j), промежуточные вершины R (пассивные зоны, в которых нет ни источников, ни стоков, и соответствующие им вершины $1i, ..2j, ..3i, ..4j$ в конверт-графе), стоки

T, $V(X,Y)$ – поток по ребру (X,Y), пропускные способности рёбер (X,Y), длины рёбер $D(X,Y)$, предложение $A(X)$ во множестве вершин X, являющихся множеством источников (S) и спрос $B(x)$ в вершинах стоков (T).

Задача состоит в построении допустимого потока, минимизирующего длину связей, т.е. маршрутов кратчайшей длины (простых цепей), так, чтобы $V(x,X) - V(X,x) \leq A(X)$, $X \in S$; $V(x,X) - V(X,x) = 0$, $X \in R$; $V(x,X) - V(X,x) \leq -B(X)$, $X \in T$; $0 \leq V(X,Y) \leq C(X,Y)$ и можно было бы минимизировать сумму по всем рёбрам $\forall u \in U$, в которой под знаком суммы стоит $D(X,Y) \cdot V(X,Y)$, где $A(X), B(Y), C(X,Y)$ – положительные, а $D(X,Y)$ – неотрицательные целые числа [1].

Решение этой задачи приносит необходимые условия для последующей трассировки – в любом сечении монтажно-коммутационного пространства ресурс достаточен для проведения трасс наикратчайшей длины.

Для решения многопродуктовой сетевой задачи оказалось необходимым, чтобы вершины сети, смежные с $X(S)$ и $X(T)$, не были смежны между собой. Такое свойство любой схеме, графу или сети привносится понятием K-дольного графа и построением таких K-дольных графов с помощью математического аппарата «раскраска вершин графа». Правильная K-раскраска вершин графа $L(X,U;P)$ в K цветов приводит к разбиению множества вершин графа на K непересекающихся подмножеств X_1, $X_2, ..., X_K$ или K одноцветных классов $\forall i,j/\langle X_i,u,X_j\rangle \in U \to K(X_i) \neq K(X_j)$, $X = \cup X_i$ $(i = 1, ..., K)$.

Графы, хроматическое число которых $\chi(L) > 3$, при преобразовании в «потоково-пригодный» вид начинают терять некоторые рёбра, так что модель становится не релевантной действительности. К счастью, как показало исследование, при работе с реальными электрическими цепями можно утверждать – гипотеза Y: *любая практическая электрическая схема в «потоково-пригодном» виде трижды раскрашиваема.*

Литература

1. *Винтизенко И.Г.* Пространственная декомпозиция монтажно-коммутационного пространства в САПР: дис. ... д-ра тухн. наук. Томский институт автоматизированных систем управления и радиоэлектроники, Томск, 1989. 400 с.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ДВУМЯ ЛИНИЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ В ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОМ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКЕ

© Косимов Х.Н.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: mega.mamanazarov@mail.ru

Пусть Ω-конечная односвязная область плоскости переменных (x, y), ограниченная при $y > 0$ характеристиками

$$OC_1 : \frac{1}{q}x^q - \frac{1}{p}y^p = 0,\ AC_1 : \frac{1}{q}x^q + \frac{1}{p}y^p = 1,$$

а при $y < 0$ характеристиками

$$OC_2 : \frac{1}{q}x^q - \frac{1}{p}(-y)^p = 0,\ AC_2 : \frac{1}{q}x^q + \frac{1}{p}(-y)^p = 1$$

уравнения

$$|y|^m U_{xx} - x^n U_{yy} = 0\,, \quad m, n = const > 0, \tag{1}$$

где $2q = n + 2$, $2p = m + 2$, причем $m > n$, $A(q^{1/q}, 0)$.

Задача. *Найти регулярное в области Ω решения $U(x, y)$ уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям*

$$\left(x^{4q}\right)^{-b} F_{ox}\begin{bmatrix} a & b \\ c & \left(x^{2q}\right)^n \end{bmatrix} U[\theta_j(x)] = c_j(x)U_y(x, 0) + d_j(x), (x, 0) \in OA$$

где a, b и c – действительные числа; $n \in N$, $c_j(x), d_j(x), (j = 1, 2)$ известные функции; $F_{0x}[\cdot]$ – оператор обобщенного дробного интегродифференцирования порядка $|c|$ от функции по другой функции; $\theta_j(x), (j = 1, 2)$ – аффиксы точек пересечения характеристик OC_j $(j = 1, 2)$ с характеристиками, выходящими из точки $(x, 0) \in OA$.

Имеет место следующая

Теорема. *Пусть выполнены условия $\beta < c < 1 - \beta$, $c_1(x) - c_2(x) \neq 0$, $\forall x \in \overline{OA}$, $c_j(x) \in C(\overline{OA}) \cap C^2(OA)$, $d_j(x) \in C(OA)$ $(j = 1, 2)$ и функция $d_j(x)$ может обращаться в бесконечность порядка не выше $(1 - 2\beta)/(1 - 2\alpha)$ на концах интервала OA. Тогда существует единственное решение задачи.*

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ПЕРЕНОСА ПЕРЕДНЕГО ФРОНТА ОБЛАКА ЗАРАЖЕННОГО ВОЗДУХА МЕТОДОМ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ

© Крахоткина Е.В.

ФГАОУ ВО "Северо-Кавказский Федеральный университет"
(Россия, Ставрополь)
e-mail: elena-stv@yandex.ru

Под степенью вертикальной устойчивости воздуха (СВУВ) понимают различные состояния, называемые конвекцией, инверсией и изотермией, каждое из которых характеризуется типичным распределением температуры воздуха в нижнем слое, а также интенсивностью вертикального перемещения воздуха.

Цель данной работы проанализировать зависимость скорости переноса переднего фронта зараженного облака от скорости ветра в зависимости от степени вертикальной устойчивости воздуха. Для реализации данной цели используется метод интеллектуального анализа данных, где в качестве инструмента выбран механизм нейронных сетей в пакете Statistica [1] для двух состояний вертикальной устойчивости воздуха инверсии и конвекции.

Литература

1. *Чубукова И.А.* Data Mining / И.А. Чубукова. 2-е изд., испр. М. : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2008. 383 с. (Основы информационных технологий).

ОЦЕНКА МНОГОЧЛЕНА ОТ ПОЛИАДИЧЕСКОГО ЛИУВИЛЛЕВА ЧИСЛА

© Крупицын Е.С.

Московский педагогический государственный университет (Россия, Москва)
e-mail: krupitsin@gmail.com

Теорема. *Пусть*

$$\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} a_k n_k!, \quad a_k \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \quad 0 \leqslant a_k \leqslant n_k,$$

$$\lim_{s\to\infty} \frac{(n_s+1)\ln(n_s+1)}{n_{s+1}} = 0.$$

Тогда для любого простого числа p, $p \leqslant p_0$ и любого ненулевого многочлена $P(x)$ степени d и высоты H с некоторой постоянной

C, при условии $H \geqslant H_0$, где H_0, C — эффективные постоянные, зависящие от p_0, выполняется неравенство

$$|P(\alpha)|_p \geqslant H^{-C}.$$

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

© Куготова М.Н.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: kugotova.radima@mail.ru

В работе исследуется дискретная математическая модель распространения информации в группе взаимодействующих индивидов, имеющей численность c, учитывающая забывание информации. Рассматриваемая модель предполагает, что неохваченный информацией индивид может ее получить через СМИ или путем межличностного общения. Математическая модель имеет вид:

$$u_{n+1} = u_n + (a + bu_n)(c - u_n) - \gamma u_{n-s}, \tag{1}$$

где $u_n(t)$ – количество адептов в момент времени t, $a, b > 0$ – параметры распространения информации через СМИ и информированного ранее индивида (слухи), γ – интенсивность забывания информации, s – время памяти.

За основу взята непрерывная модель распространения информации в социуме [1]. Также ранее была рассмотрена непрерывная модель распространения информации с дробной производной в работе [2]. Для модели (1) выполнена численная реализация в среде C#, создана имитационная модель, позволяющая проведение идентификации параметров модели.

Литература

1. *Михайлов А.П., Петров А.П., Маревцева Н.А., Третьякова И.В.* Развитие модели распространения информации в социуме // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 3. С. 65-73.

2. *Куготова М.Н.* Математическое моделирование информационного взаимодействия // Материалы тезисов Международной конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и информатики” и XIV Школы молодых ученых “Нелокальные краевые задачи и проблемы современного анализа и информатики”. 2016. 167 с.

РАНГОВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПОТОКОВЫХ СЕТЕЙ, МОДЕЛИРУЕМЫХ ГРАФАМИ

© Кудаев В.Ч.

Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: iipru@rambler.ru

В работе представлен метод ранговой оптимизации сети по переносу вещества и энергии (сети Кирхгофа) моделируемых избыточным геометрическим графом возможных соединений узлов сети. Условие ранговой оптимальности связывает ранг экстремума с его нелокальностью и величиной компактных подграфов (фрагментов) избыточного графа сети, оптимизация каждого из которых необходима для получения сети заданного ранга оптимальности [1].

Теорема (условие ранговой оптимальности):

1. *Экстремум p-го ранга является глобальным на выпуклой линейной комбинации вершин транспортного многогранника имеющих смежность в промежутке [1, p] к точке экстремума.*
2. *Для того чтобы решение задачи оптимизации сети Кирхгофа на графе было экстремумом p-го ранга необходимо, чтобы оно было оптимально по всем фрагментам p-го ранга избыточного графа сети.*

Разработанный метод позволяет, в отличии от существующих методов структурно-параметрической оптимизации, точно оценивать нелокальность получаемого экстремума и решать задачу без ослабления ограничений, т.е. с полным учетом взаимовлияния изменения структуры и параметров сети друг на друга. Для решения потоковой сетевой задачи Штейнера разработан аналогичный подход [2,3].

Литература

1. *Кудаев В.Ч.* Ранги экстремумов и структурная оптимизация больших сетевых систем // Известитя Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2016. № 4 (74). С. 5-31.
2. *Багов М.А., Кудаев В.Ч.* Математическое моделирование и оптимизация трубопроводной сети Штейнера // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2017. № 1 (73).
3. *Кудаев В.Ч., Багов М.А.* Преобразование терминальной сети в сеть Штейнера // Известия КБНЦ РАН. 2015. № 6 (68). С. 31-37.

ОДНОМЕРНАЯ ЗАДАЧА СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ В МЕДИЦИНЕ

© Кудаева Ф.Х., Шаков Х.К., Тхабисимова М.М., Мамбетов М.Ж.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова
(Россия, Нальчик)
e-mail: kfatimat@yandex.ru

Определение температурного поля в охлаждаемых областях биоткани описывается решением задачи со свободной границей [1,2]:

$$u_{xx} - u_t = u^{\beta}, \quad 0 < x < S(0), \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 < x \le S(0), \quad (S(0) = 0),$$

$$u_x - h(u - u_A(t)) = 0, \quad x = 0, \quad t > 0, \tag{1}$$

$$u(S(t), t) = 0, \quad u_x(S(t), t) = 0, \quad t > 0.$$

В (1) $u(x,t)$ – искомое температурное поле, $s(t)$ – свободная граница, H – коэффициент теплообмена с окружающей средой, $u_A\,(t)$ – температура внешней среды, $u_0(x)$ – температура биоткани в начальный момент времени, β – параметр нелинейности, $0 \le \beta < 1$.

Для стационарной задачи, соответствующей (1), получено точное аналитическое решение. Для нестационарной задачи методом нелинейных вариационных параметров получено приближенное решение.

Алгоритмы получения искомого температурного поля и свободной границы реализованы на ЭВМ.

Полученные в работе результаты могут быть применены к расчету режимов низкотемпературного воздействия на биологическую ткань, определению значения параметров замораживания, а также при конструировании и совершенствовании криоинструментов.

Литература

1. *Кайгермазов А.А., Кудаева Ф.Х., Мамбетов М.Ж.* Интегральные уравнения задачи гипотермии // Инновационные технологии в системе высшего образования: сборник материалов II Международной научно-практической конференции. Махачкала, 2014. С. 110-114.

2. *Кайгермазов А.А., Кудаева Ф.Х., Мамбетов М.Ж.* Двумерная плоско-параллельная задача криохирургии // European Applied Sciences. 2014. № 10. С. 20-30.

ВАРИАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ В МЕДИЦИНЕ

© Кудаева Ф.Х., Кайгермазов А.А., Шаков Х.К., Мамбетов М.Ж.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова
(Россия, Нальчик)
e-mail: kfatimat@yandex.ru

Определение $z = z(u,t)$ и $u = u(t)$ сводится к решению следующей задачи [1, 2]:

$$\left(\frac{1}{z_u}\right)_u = k(u)z_t + f(u)z_u, \quad \underline{u}(t) < u < \overline{u}, \quad \overline{u} = c, \quad t > 0,$$

$$z(u,0) = z_0(u), \quad \underline{u}(0) < u < \overline{u}, \quad (\underline{u}(0) = \overline{u}), \tag{1}$$

$$\frac{1}{z_u} = \alpha\,|u - u_c(t)|, \quad u = \underline{u}, \quad \frac{1}{z_u} = 0, \quad u = \overline{u}, \quad z(u) = 0.$$

Домножив дифференциальное уравнение (1) на произвольную функцию $v = v(u)$, проинтегрировав один раз, с учетом краевых условий, получаем:

$$\int\limits_{\underline{u}}^{\overline{u}} V\left(k(u)z_t + f(u)z_u\right)du + \underline{V}\alpha\left(\underline{u} - u_c(t)\right) + \int\limits_{\underline{u}}^{\overline{u}} V_u \frac{1}{z_u} du = 0. \tag{2}$$

Если добавить к (2) начальное условие $z\,(u,0) = z_0\,(u)$ и условие вырождения $\underline{u}(0) = \overline{u}$, получаем вариационную или слабую постановку задачи (1).

Для поставленной задачи сформулирована и доказана теорема единственности обобщенного решения методом от противного, сформулирована теорема существования обобщенного решения задачи (1). Для доказательства методом Фаэдо–Галёркина строим приближённые решения, затем для приближённого решения выводим априорные оценки и переходим к пределу.

Литература

1. *Кудаева Ф.Х., Кайгермазов А.А., Кармоков М.М., Мамбетов М.Ж., Долова М.Х.* Математическая модель плоской криодеструкции биологической ткани // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 2. URL: www.science-education.ru/129

2. *Кудаева Ф.Х., Кайгермазов А.А.* Двумерные задачи со свободными границами // Южно-Сибирский научный вестник. Научно-технический журнал. 2014. № 3 (7). С. 16-19.

ОБ ОДНОМ УСЛОВИИ ПЕРИОДИЧНОСТИ КОНЕЧНОЗНАЧНЫХ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРОВ С ПОЛНОЙ БАЗОЙ

© Кузнецов В.Н., Матвеева О.А.

Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина (Россия, Саратов)

e-mail: kuznetsovvalnik@gmail.com, e-mail: olga.matveeva.0@gmail.com

Пусть $h(n)$ – конечнозначный числовой характер Дирихле с полной базой, т.е. почти для всех простых $p : h(p) \neq 0$. Для таких характеров доказана

Теорема 1. *Следующие условия эквивалентны:*

1. *Для любого $t \in [-T, T]$ имеет место оценка:*
$$S_t(x) = \sum_{n \le x} h(n) n^{it} = O(1), \tag{1}$$
где константа в символе «O» зависит только от величины T;

2. *$h(n)$ – периодическая функция.*

Замечание. *Известная гипотеза Н.Г. Чудакова об обобщенных характерах [1] утверждает, что в случае неглавных обобщенных характеров условие периодичности $h(n)$ равносильно оценке вида*
$$S(x) = \sum_{n \le x} h(n) = O(1).$$

В работе [2] для неглавных характеров Дирихле была доказана оценка вида (1) для каждого значения t. В работе [3] было показано, что константа в оценке (1) зависит только от величины T.

При доказательстве обратного утверждения исследуется задача аналитического продолжения рядов Дирихе
$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h(n)}{n^s}, \quad s = \sigma + it, \tag{2}$$
на комплексную плоскость. При этом используется аппроксимационный подход, разработанный авторами в работах [4-5]. Нужно отметить, что в отличии от работ [4-5], условие (1) значительно упрощает изучение поведения ряда Дирихле (2) при подходе к мнимой оси.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, проект № 16-01-00399.

Литература

1. *Чудаков Н.Г., Линник Ю.В.* Об одном классе вполне мультипликативных функций // ДАН СССР. 1950. Т. 74, № 2. С. 193-196.

2. *Чудаков Н.Г., Бредихин Б.М.* Применение равенства для оценок сумматорных функций характеров числовых полугрупп // УМН. 1956. Т. 8. С. 347-350.

3. *Матвеев В.А., Матвеева О.А.* О поведении в критической полосе рядов Дирихле с конечнозначными мультипликативными коэффициентами // Чебышевский сборник. 2012. Т. 13. С. 106-116.

4. *Кузнецов В.Н., Матвеева О.А.* Аппроксимационный подход в некоторых задачах теории рядов Дирихле с мультипликативными коэффициентами // Чебышевский сборник. 2016. Т. 17. С. 124-131.

О ГРАНИЧНОМ ПОВЕДЕНИИ ОДНОГО КЛАССА РЯДОВ ДИРИХЛЕ С МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И ЗАДАЧЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ ТАКИХ РЯДОВ

© Кузнецов В.Н., Матвеева О.А.

Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина (Россия, Саратов)

e-mail: kuznetsovvalnik@gmail.com, e-mail: olga.matveeva.0@gmail.com

Рассмотрим ряд Дирихле

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h(n)}{n^s}, \quad s = \sigma + it, \tag{1}$$

где $h(n)$ – конечнозначный числовой характер с полной базой и ограниченной сумматорной функцией

$$S(x) = \sum_{n \leq x} h(x) = O(1).$$

Для рядов Дирихле вида (1) доказан аналог теоремы Даффина–Шеффера [1], имеющей место для степенных рядов с конечнозначными коэффициентами, которая утверждает, что если степенной ряд ограничен в каком-либо секторе единичного круга, то он определяет рациональную функцию.

А именно, доказана

Теорема 1. *Пусть частичные суммы ряда Дирихле вида (1) в каждом прямоугольнике D_T : $0 < \sigma \leq 1$, $|t| < T$ ограничены константой, зависящей только от величины T. Тогда он определяет функцию, аналитически продолжимую регулярным образом на комплексную плоскость.*

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00399.

Литература

1. *Бибербах Л.* Аналитическое продолжение. М.: Наука, 1967.

О СВОЙСТВЕ СЕКТОРИАЛЬНОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В МЛАДШИХ ЧЛЕНАХ

© Кукушкин М.В.

(Россия, Железноводск)
e-mail: kukushkinmv@rambler.ru

Дифференциальным операторам второго порядка с дробной производной в младших членах посвящены работы [1], [2]. В данной работе мы докажем, что многомерный оператор Штурма–Лиувилля с дробной производной в смысле Киприянова [1] в младших членах обладает свойством секториальности, спектр оператора расположен в некотором секторе комплексной плоскости. Показав, что имеет место редукция к оператору дробного дифференцирования в смысле Маршо в одномерном случае - докажем выполнение свойства секториальности для дифференциальных операторов второго порядка с производной Маршо или Римана-Лиувилля в младших членах. Последний будет обладать указанным свойством в силу совпадения почти всюду образов с оператором Маршо на достаточно широком, для постановки задачи, классе функций. В терминах обозначений [1] рассмотрим равномерно эллиптический оператор, младшие коэффициенты которого вещественные, неотрицательные, ограниченные функции.

$$Lu := \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + p(x)\mathfrak{D}^{\alpha} u + q(x)u, \ \ 0 < \alpha < 1,$$

$$\mathcal{D}(L) = \overset{0}{W}{}_2^2(\Omega), \quad \Omega \in \mathbb{R}^n.$$

Теорема. *Пусть* $p(x) \in \mathrm{Lip}\,\lambda$, $\alpha < \lambda \leq 1$. *Тогда спектр оператора* L *принадлежит сектору* $|\arg(\zeta - \gamma)| \leq \theta$, *где* γ *и* θ *определены коэффициентами уравнения.*

Литература

1. *Киприянов И.А.* Оператор дробного дифференцирования и степени эллиптических операторов // Доклады Академии наук СССР. 1960. Т. 131, № 2. С. 238-241.

2. *Нахушев А.М.* Задача Штурма - Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с дробными производными в младших членах // Доклады Академии наук СССР. 1977. Т. 234, № 2. С. 308-311.

СИНТЕЗ ЗОНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ НАГРЕВА ПРИ НЕЛОКАЛЬНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ И С НЕЗАДАННЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

© Кулиев С.З.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)
e-mail: copal@box.az

В работе исследуется задача синтеза зонального управления объектом с распределенными параметрами с обратной связью с использованием непрерывного наблюдения за фазовым состоянием объекта в определенных его точках [1]. В качестве примера рассмотрено управление нагревом трубчатого теплообменника в паровой рубашке.

Рассматриваемый процесс описывается следующей начально-краевой задачей:

$$u_t(x,t) + a \cdot u_x(x,t) = -\alpha \cdot [u(x,t) - \vartheta(t)], (x,t) \in \Omega = [0,l] \times (0,T], \quad (1)$$

$$u(x,0) = u_0(x,\tau) \in G_0, \ x \in [0,l], \ \tau \in [-\Delta, 0], \quad (2)$$

$$u(0,t) = (1-\gamma) \cdot u(l, t-\Delta), t \in (0,T]. \quad (3)$$

Здесь $\alpha, a, l = const$, $\vartheta(t)$ *– температура внутри паровой рубашки;* $u(x,t)$ *– температура жидкости в точке* $(x,t) \in \Omega$*;* $\gamma = \gamma(t) \in G_1 = (0,\delta)$, $0 < \delta < 1$*;* $\Delta = const$ *– транспортное запаздывание.*

Для управления процессом нагрева жидкости требуется синтезировать регулятор, который по результатам измерений температуры в каких-либо точках теплообменника обеспечивал бы поддержание выходной температуры жидкости на заданном уровне за счет назначения необходимой температуры в паровой рубашке. Для решения задачи синтеза управления предлагается использовать численные методы оптимизации первого порядка. С этой целью в работе выводятся формулы для градиента заданного целевого функционала. Приводятся результаты проведенных численных экспериментов.

Литература

1. *Айда-заде К.Р., Кулиев С.З.* Синтез зональных управлений для нелинейных систем с нелинейной обратной связью по выходу // Проблемы управления и информатики. 2015. № 1. С. 52-66.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССЕ НАГРЕВА ПЛАСТИНЫ

© Кулиев С.З.[1], Гасымов С.Ю.[2]

[1,2]Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности,
[1]Институт систем управления НАН Азербайджана (Азербайджан, Баку)
e-mail: copal@box.az

В данной работе исследуется задача синтеза управления сосредоточенными источниками для объектов с распределенными параметрами на основе непрерывного наблюдения за фазовым состоянием в определенных точках объекта.

Рассмотрим задачу управления процессом нагрева пластины посредством сосредоточенных точечных источников. Этот процесс может быть описан следующим уравнением:

$$u_t = a^2 \Delta u + \sum\nolimits_{j=1}^{l} \vartheta^j(t)\, \delta(x - \overline{x}^j), \ \ (x,t) \in \Omega \times (t_0, T],$$

где Ω – двумерная область, занимаемая пластиной, в определенных точках которой размещены l источников тепла с оптимизируемой мощностью.

Задача управления процессом нагрева пластины заключается в выборе допустимых значений мощностей источников в зависимости от значений состояний в наблюдаемых точках пластины. Предлагается подход, в котором пространство значений фазовых состояний (фазовое пространство) в наблюдаемых точках заранее разбивается каким-либо образом на заданные подмножества (зоны). При этом синтезируемые управления выбираются из класса кусочно-постоянных функций, а их текущие значения определяются подмножеством фазового пространства, содержащего совокупность текущих состояний объекта в наблюдаемых точках, в которых управления принимают постоянные значения. Такие синтезированные управления названы в работе зональными. Приводится способ получения оптимальных значений зональных управлений с применением методов оптимизации первого порядка. С этой целью получены формулы градиента целевого функционала в пространстве зональных управлений.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИОННОГО РОСТА КАПЕЛЬ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА НАГРЕВА ВО ФРАКТАЛЬНОЙ ОБЛАЧНОЙ СРЕДЕ

© Кумыков Т.С.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: macist20@mail.ru

Известно [1], что облака относятся к нерегулярным фракталам, и процессы, протекающие в такой среде, описываются дифференциальными уравнениями, содержащими производные дробного порядка. Такой подход позволяет неявно включать дополнительные факторы взаимодействия физической системы [2].

В настоящей работе на основе дифференциального уравнения с дробной производной Капуто построена математическая модель диффузионного роста капель с учетом эффекта нагрева во фрактальной облачной среде. Проведены численные эксперименты для оценки влияния фрактальности среды и скорости рассеивания теплоты, выделяющейся на капле при конденсации, на рост облачных частиц при различных сочетаниях микрофизических параметров. Определена общая зависимость роста облачных частиц от параметра фрактальности среды для установившегося процесса роста капли, то есть при постоянстве температуры поверхности капли.

Литература

1. *Кумыков Т.С.* Исследование влияния фрактальности среды на механизмы роста облачных частиц // Материалы Международной научной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информатики" и XIV Школы молодых ученых "Нелокальные краевые задачи современные проблемы анализа и информатики". Терскол. 2016. С. 172–173.
2. *Шогенов В.Х., Шхануков-Лафишев М.Х., Бештоев Х.М.* Дробные производные: интерпретация и некоторые применения в физике. Сообщения объединенного института ядерных исследований. Дубна. 1997. 20 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ С УЧЕТОМ РЕШЕТОЧНОГО АНГАРМОНИЗМА

© Кунижев Х.Л.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: kh.kunizhev@gmail.com

В работах [1,2] рассмотрено влияние ангармонизма колебаний атомов на теплофизические свойства кристаллов алмаза, кремния и германия. С учетом полученных в этих работах результатов выведено уравнение теплопроводности, учитывающее влияние решеточного ангармонизма:

$$(1+T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \tag{1}$$

Уравнение (1) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных параболического типа, неразрешимое аналитически.

Составлен разностный аналог уравнения (1):

$$-\frac{\tau}{2h^2}y_{i+1}^{j+1} + (1 + y_i^j + \frac{\tau}{h^2})y_i^{j+1} - \frac{\tau}{2h^2}y_{i-1}^{j+1} = (y_i^j)^2 +$$
$$+y_i^j + \frac{\tau}{h^2}(y_{i+1}^j - 2y_i^j + y_{i-1}^j), \tag{2}$$
$$i = 1, 2, \ldots, M-1; j = 0, 1, 2, \ldots, N-1,$$

где $T(z_i, t^j) = y_i^j$, h, τ – шаги по пространственной и временной переменным соответственно. Проводится численная реализация и исследование разностной схемы (2).

Литература

1. *Рехвиашвили С.Ш., Кунижев Х.Л.* Исследование влияния решеточного ангармонизма на теплоемкость алмаза, кремния и германия // ТВТ. 2017. Т. 55, № 2. С. 320.
2. *Рехвиашвили С.Ш.* Размерные явления в физике конденсированного состояния и нанотехнологиях. Нальчик: КБНЦ РАН, 2014. 250 с.

ПРИБЛИЖЕНИЯ В МОДИФИЦИРОВАННЫХ ГЕЛЬДЕРОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

© Ласурия Р.А.

Абхазский государственный университет (Абхазия, Сухум)
e-mail: rlasuria67@yandex.ru

Пусть $L_p := L_p(0, 2\pi)$ – пространство 2π-периодических, суммируемых в p-ой степени функций f с обычной нормой $\|f\|_p$, $p \geq 1$, $\Delta_h^2 f(x) := f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)$, $\omega^*(t)$ – положительная и возрастающая при $t > 0$ функция, $H_{\omega^*,p,2} := \left\{ f \in L_p : \|f\|_{\omega^*,p,2} < \infty \right\}$, где

$$\|f\|_{\omega^*,p,2} := \|f\|_p + \sup_{h>0} \frac{\|\Delta_h^2 f\|_p}{\omega^*(h)},$$

$$U_n(f;\Lambda) = U_n(f;\Lambda;x) := \sum_{k=0}^{n} \lambda_k^{(n)} S_k(f;x)$$

– линейные средние частных сумм $S_n(f)$ тригонометрического ряда Фурье функции $f \in L := L_1$, порождаемые бесконечной треугольной матрицей чисел $\Lambda = \left\| \lambda_k^{(n)} \right\|$, $k = \overline{0, n-1}$, $n = 1, 2, ...$

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. *Пусть элементы матрицы* Λ *удовлетворяют условиям*

$$\lambda_k^{(n)} \geq 0, \ k = \overline{0, n-1}, \ n = 1, 2, ...; \ \sum_{k=0}^{n} \lambda_k^{(n)} = 1. \tag{1}$$

Тогда если $0 \leq \beta < \eta \leq 1$, то $\forall f \in H_{\omega,p,2} \subset H_{\omega^*,p,2}$, $p \geq 1$

$$\|U_n(f;\Lambda) - f\|_{\omega^*,p,2} = O(1) \sup_{h>0} \frac{(\omega(h))^{\frac{\beta}{\eta}}}{\omega^*(h)} \times$$

$$\times \left\{ \left(\omega\left(\frac{1}{n+1} \right) \right)^{1-\frac{\beta}{\eta}} + \sum_{r=0}^{n} \left| \Delta \lambda_r^{(n)} \right| \sum_{k=0}^{n} \left(\omega\left(\frac{1}{k+1} \right) \right)^{1-\frac{\beta}{\eta}} \right\},$$

где $n = 0, 1, ...,$ $O(1)$ *– величина, равномерно ограниченная по* n *и зависящая, вообще говоря, от* f, p, β, η.

Теорема 2. *Пусть элементы матрицы* Λ *удовлетворяют условиям (1),* $\omega(t)$ *– функция со свойствами модуля непрерывности, удовлетворяющая условию*

$$\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k\omega\left(\frac{1}{k}\right) \leq A\omega\left(\frac{1}{n}\right), \; A = const > 0.$$

Тогда $\exists\, f_0 \in H_{\omega,p,2} \subset H_{\omega^*,p,2}$, $p \geq 1$, *такая, что*

$$\left\|U_n(f_0;\Lambda) - f_0\right\|_{\omega^*,p,2} \geq A_1 \inf_{h>0} \frac{(\omega(h))^{\frac{\beta}{\eta}}}{\omega^*(h)} \left(\omega\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)^{1-\frac{\beta}{\eta}},$$

$n = 0, 1, ...$

Подобные утверждения в случае обычных гёльдеровых пространств приводятся в работе [1].

Литература

1. *Ласурия Р.А.* Аппроксимация и группы отклонений рядов Фурье в обобщенных гёльдеровых пространствах // Труды IX Межд. симп. "Ряды Фурье и их приложения". Изд-во "Фонд науки и образования". Ростов-на-Дону, 2016. С. 9-20.

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ФИТЦХЬЮ-НАГУМО С ПАМЯТЬЮ

© Липко О.Д.

Камчатский госудасрственный университет имени Витуса Беринга
(Россия, Петропаловск-Камчатский)
e-mail: lipko_95@list.ru

В работе предложена новая математическая модель динамической системы ФитцХью-Нагумо [1,2], которая учитывает эффект эредитарности или памяти [3]. Память в динамической системе проявляется в зависимости текущего состояния системы от ее предыдущих состояний, т.е. приводит к нелокальности по времени. Математическая эредитарная модель динамической системы ФитцХью-Нагумо описывается интегро-дифференциальным уравнением со степенным ядром – функцией памяти. В работе, интегро-дифференциальное уравнение сводится к дифференциальному уравнению дробного порядка [4], которое решается с помощью теории конечно-разностных схем [5,6]. Алгоритм численного решения, предложенной модели, реализован в компьютерной программе, в среде символьной математики Maple. С помощью этой программы были построены расчетные кривые-осциллограммы, а также фазовые траектории в зависимости от различных значений управляющих параметров. Подтверждены ранее полученные результаты.

Литература

1. *FitzHugh R.* Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // Biophysical Journal. 1961. Vol. 1. Pp. 446-466.

2. *Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S.* An active pulse transmission line simulating nerve axon // Proc. IRE. 1962. Vol. 50. Pp. 2061–2070.

3. *Volterra V.* Sur les 'equations int'egro-diff'erentielles et leurs applications // Acta Mathematica. 1912. Vol. 35, № 1. Pp. 295-356.

4. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его приложения. М.: Физматлит. 2003. 272 с.

5. *Parovik R.I.* Finite-difference schemes for fractal oscillator with a variable fractional order // Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences. 2015. Vol. 11, № 2. Pp. 85-92.

6. *Parovik R.I.* Explicit finite-difference scheme for the numerical solution of the equation of nonlinear hereditary oscillator with variable-order fractional derivatives // Archives of Control Sciences. 2016. Vol. 26, № 3. Pp. 429-435.

АНАЛИЗ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ И ДВОЙСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

© Лобанов А.И.

Московский физико-технический институт (государственный университет)
(Россия, Долгопрудный)
e-mail: alexey@crec.mipt.ru

Рассматривается семейство разностных схем, аппроксимирующих простейшее линейное уравнение переноса, определенных на явном пятиточечном шаблоне

$$u_m^{n+1} = \sum_{\mu=-2}^{1} \alpha_\mu u_{m+\mu}^n.$$

При выполнении условий аппроксимации по крайней мере первого порядка каждой паре свободных индексов соответствует разностная схема. Пространство индексов назовем пространством неопределенных коэффициентов. Пространства неопределенных коэффициентов разностных схем для модельного уравнения гиперболического типа впервые введены в рассмотрение в статье А.С. Холодова [1]. Дальнейшее развитие техники исследования разностных схем в пространствах неопределенных коэффициентов подробно описано в [2]. Не все возможности исследования разностных схем в пространствах неопределенных коэффициентов исчерпаны.

Рассматриваются условия аппроксимации схемы на гладких решениях задачи Коши. Такие решения возникают, если начальное условие представляет собой гладкую бесконечно непрерывно дифференцируемую функцию. Для исследования на аппроксимацию используются разложения проекции точного решения в ряды Тейлора. Выделяются разностные схемы, для которых первое дифференциальное приближение допускает корректную постановку задачи Коши. Рассматривается решение задачи минимизации диссипативной ошибки для разностных схем с положительной аппроксимацией. Отметим, что в рассматриваемой постановке решение задачи найдено в [2], предлагаемый здесь способ решения позволяет проиллюстрировать постановку задачи и описать метод решения, отличный от предложенного в [2].

Известно [3], что в линейной задаче точки, где достигается максимальное значение двойственного функционала (и минимальное значение функционала основной задачи) удовлетворяют условиям дополняющей нежесткости. Сами условия дополняющей нежесткости суть следствие более общих условий существования экстремума, дающихся теоремой Куна–Таккера. Показано, что из системы условий дополняющей нежесткости следует известная теорема С.К. Годунова [4].

При смене целевой функции на основе анализа двойственной задачи можно построить семейство гибридных разностных схем, включающее в себя известную схему Р.П. Федоренко. Уточнено условие переключения в гибридной схеме.

Литература

1. *Холодов А.С.* О построении разностных схем с положительной аппроксимацией для уравнений гиперболического типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1978. Т. 18, № 6. С. 1476–1492.

2. *Магомедов М.-К.М., Холодов А.С.* Сеточно-характеристические численные методы. Москва: Наука, 1988. 288 с.

3. *Шананин А.А., Обросова Н.К.* Экономическая интерпретация двойственности в задачах линейного программирования. Москва: Изд-во РУДН, 2007. 36 с.

4. *Годунов С.К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Математический сборник. 1959. 47(89):3. С. 271–306.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИИ

© Лосанова Ф.М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: losanovaf@gmail.com

В области $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < \infty, 0 < t < T\}$ рассмотрим уравнение вида

$$D_{0t}^{\alpha} u = D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda u, \tag{1}$$

где D_{0t}^{α} – оператор дробного дифференцирования в смысле Римана-Лиувилля $\alpha \in]0,1]$ [1, с. 11]. При $\alpha = 1$ уравнение (1) является аналогом уравнения, описывающего пространственно-временную динамику мальтузианской популяции [2, с. 45].

Добавим к уравнению (1) следующие условия

$$\lim_{t\to 0} D_{0t}^{\alpha-1}\, u(x,\, \eta) = \tau(x), \qquad 0 \le x < l, \tag{2}$$

$$\int\limits_0^\infty K(x,\, t)u(x,\, t)dx = \psi(t), \qquad 0 < t < T, \tag{3}$$

$$u(l,\, t) = \varphi(t), \qquad 0 < t < T. \tag{4}$$

Функция $u(x,\, t)$ интерпретируется как количество особей в ареале радиуса x в момент времени t, $\lambda = const$ – параметр, описывающий различные демографические процессы, $\tau(x)$ – распространение численности популяции в начальный момент времени $t = 0$, $K(x,\, t)$ – факторы миграции и условий жизни, $\psi(t)$ – количество особей в момент времени t с учетом $K(x, t)$ внутри ареала, $\varphi(t)$ – количество особей на границе, D – коэффициент диффузии (подвижность особей).

В данной работе исследована следующая

Задача. *Найти решение $u(x,t)$ уравнения (1) в области Ω, удовлетворяющее условиям (2)–(4).*

Для неоднородного уравнения (1), при $\lambda = 0$ задача (2)–(3) была исследована в работе [3].

Доказана теорема существования и единственности. Решение найдено в классе функций быстрого роста [4, с. 120].

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.

2. *Белотелов Н.Б., Лобанов А.И.* Популяционные модели с нелинейной диффузией // Матем. моделирование. 1997. Т. 9, № 12. С. 43-56.

3. *Лосанова Ф.М.* Задача с условием Самарского для уравнения дробной диффузии в полуполосе // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2015. № 2 (11). С. 17-21.

4. *Псху А.В.* Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука, 2005. 199 с.

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ, ИЗОСПЕКТРАЛЬНЫХ ГРУППАМ $S_4(Q)$

© Лыткин Ю.В.

Институт математики им. С. Л. Соболева (Россия, Новосибирск)
e-mail: jurasicus@gmail.com

Пусть G – конечная группа. Обозначим через $\omega(G)$ *спектр* группы G, т. е. множество всех порядков элементов G. Группы с одинаковым спектром будем называть *изоспектральными*. Под секциями группы G будем понимать гомоморфные образы её подгрупп. Пусть $\omega \subset \mathbb{N}$. Следуя [1], назовём группу G *критической относительно* ω, если ω совпадает со спектром группы G и не совпадает со спектром любой её собственной секции (т. е. секции, отличной от G).

Для решения проблемы распознавания конечных простых групп по спектру актуальной является задача описания групп (в частности, критических), изоспектральных нераспознаваемым простым группам, то есть простым группам, для которых существует бесконечное количество попарно не изоморфных групп с таким же спектром. Ранее автором [2, 3] было завершено описание групп, критических относительно спектров неабелевых простых знакопеременных, спорадических и исключительных групп; было показано, что количество таких попарно не изоморфных групп не превосходит 3. Позже были описаны некоторые группы, критические относительно спектра группы $U_3(3)$; было показано, что таких попарно не изоморфных групп существует по меньшей мере 7.

В настоящей работе изучается строение групп, изоспектральных группам $S_4(q) = PSp(4, q)$, где $q > 3$. В частности доказывается, что если G — конечная группа, изоспектральная группе $S_4(q)$, $q > 3$, то G обладает единственным неабелевым композиционным фактором P, и группа P изоморфна $S_4(q)$ и $L_2(q^2)$.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16–31–00147 мол_а.

Литература

1. *Мазуров В.Д., Ши В.Дж.* Признак нераспознаваемости конечной группы по спектру // Алгебра и логика. 2012. Т. 51, № 2. С. 239–243.

2. *Lytkin Y.V.* On groups critical with respect to a set of natural numbers // Siberian electronic mathematical reports. 2013. Vol. 10. P. 666-675.

3. *Лыткин Ю.В.* Группы, критические относительно спектров знакопеременных и спорадических групп // Сибирский математический журнал. 2015. Т. 56, № 1. С. 122-128.

О СВОЙСТВАХ НЕЯВНЫХ КЛАССОВ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ

© Лютикова Л.А., Шматова Е.В.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
[1]e-mail: lylarisa@yandex.ru, [2]e-mail: lenavsh@yandex.ru

При исследовании теоретических вопросов машинного обучения на основе начальной обучающей информации по прецедентам встает вопрос о корректности построения классов и их обобщений на предметную области в целом. Исследование структуры обучающей области производится при помощи логического анализа данных.

$X_j = \{x_1(w_j), x_2(w_j)......x_n(w_j)\}$ вектор качественных признаков, каждый элемент которого - фиксированный признак характеризуемого объекта. $W = \bigcup_{j=1}^{m} w_j$ - множество характеризуемых объектов. Вид функции $W = f(X)$ не задан. Требуется восстановить неизвестную зависимость по наблюдениям.

В работе [1] был предложен логический классификатор реализованный при помощи переменнозначной логической функции $f(X) = \&_{j=1}^{m}(\vee_{i=1}^{n}\overline{x_i(w_j)} \vee w_j)$ которая может быть представлена

$$\begin{aligned} & f(X) = Z_k(q_k(x), w_k, X); \\ & Z_k(q_k(x), w_k, X_k) = Z_{k-1}\&(\mathop{\vee}_{i=1}^{n} \overline{x_k(w_i)} \vee w_k)\vee \\ & \vee q_{k-1}(x)\&(\mathop{\vee}_{i=1}^{n} \overline{x_k(w_i)} \vee w_k); \\ & q_k(x) = q_{k-1}(x)\&(\mathop{\vee}_{i=1}^{n} \overline{x_k(w_i)}; \quad q_1(x) = \mathop{\vee}_{i=1}^{n} \overline{x_1(w_i)}; Z_1 = w_1. \end{aligned} \qquad (1)$$

Теорема. *Функция, представленная системой (1), и функция f(X) эквивалентны.*

В функции (1) $Z_k(x)$ это классы явно выявленные в обучающей выборке, $q_k(x)$ это классы явно отсутствующие в обучающей выборке, но это не исключает их наличия в заданной предметной области. Следовательно, эти классы можно назвать неявными классами, и они дают возможность для дальнейшего корректного решения задач распознавания на заданной предметной области.

Литература

1. *Лютикова Л.А.* Использование математической логики с переменной значностью при моделировании систем знаний // Вестник Самарского государственного университета. 2008. № 6 (65). С. 20-28.

О СОВПАДЕНИИ B-ПРОИЗВОДНЫХ ЛИУВИЛЛЯ, МАРШО

© Ляхов Л.Н.[1], Санина Е.Л.[2]

ФГБОУ ВО “Воронежский государственный университет” (Россия, Воронеж)

[1]e-mail: levnlya@mail.ru, [2]e-mail: sanina08@mail.ru

Пусть S_{ev} класс бесконечно дифференцируемых, четных и достаточно быстро убывающих при $x \to +\infty$ функций.

Дробные B-производные Лиувилля-Киприянова порядка $\beta>0$ вводятся на основе преобразования Бесселя

$$(-B)_\gamma^\beta u(x) = F_B^{-1}[\xi^{2\beta}\ \widehat{u}(\xi)]. \qquad (1)$$

В таком виде дробные степени оператора Бесселя вводились в ряде работ И.А. Киприянова, которые можно найти в списке литературы

[1]. Если ввести оператор $\mathbf{D} = (-B)^{1/2}$, то его действие в образах прямого и обратного преобразования Бесселя представится в виде $\mathbf{D}^\alpha u(x) = F_B^{-1}[\xi^\alpha\,\widehat{u}(\xi)], \quad \alpha = 2\beta > 0.$

Дробная B-производная Маршо вводятся на основе конечной разности, порожденной обобщенным сдвигом Пуассона T^y:

$$\mathbf{B}^\beta u(x) = C(\alpha, p) \int\limits_0^\infty \frac{u(x) - (T^y u)(x)}{y^{1+\alpha}}\, dy, \quad \alpha = 2\beta < 2, \qquad (2)$$

где нормирующая константа $C(\alpha, p)$ выбрана так, чтобы B-производная Маршо (2) в образах Бесселя имела представление B-производной Лиувилля–Киприянова. Справедливо следующее утверждение о совпадении B-производных (1) и (2).

Теорема. *Пусть $u \in S_{ev}$. Дробная B-производная Маршо порядка $\beta < 1$ от функции u в образах преобразования Бесселя имеет представление $\mathbf{B}_\gamma^\beta u(x) = F_B^{-1}\left[\xi^\alpha F_B[\,u\,]\right](\xi)$ и совпадает с B-производной Лиувилля.*

Литература

1. *Киприянов И.А.* Преобразование Фурье-Бесселя и теоремы вложения для весовых классов // Тр. МИАН. 1967. Т. LXXXIX. С. 130-213.

ГАУССОВО СООТНОШЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ГОРНА H_3 С ФИКСИРОВАННЫМ ВТОРЫМ ПАРАМЕТРОМ

© Мавлявиев Р.М.[1], Гарипов И.Б.[2]

Казанский (Приволжский) федеральный университет (Россия, Казань)

[1]e-mail: mavly72@mail.ru, [2]e-mail: ilnur_garipov@mail.ru

В теории осесимметрического уравнения Гельмгольца используется конфлюэнтная функция Горна [1]

$$H_3\left(\alpha, \beta; \delta; z, t\right) = \sum_{n=0}^\infty \sum_{m=0}^\infty \frac{(\alpha)_{n-m} (\beta)_n}{(\delta)_n} \frac{z^n}{n!} \frac{t^m}{m!},$$

для которой в [2] приведены две формулы типа Гауссова соотношения. В работе [3] была доказана формула

$$(\beta - \alpha) H_3\left(\alpha, \beta; \delta; z, t\right) = \beta H_3\left(\alpha, \beta + 1; \delta; z, t\right) -$$

$$-\alpha H_3\left(\alpha + 1, \beta; \delta; z, t\right) + \frac{t}{1 - \alpha} H_3\left(\alpha - 1, \beta; \delta; z, t\right),$$

из которой при $t = 0$ как частный случай следует

$$(\beta - \alpha)F(\alpha, \beta; \delta; z) = \beta F(\alpha, \beta + 1; \delta; z) - \alpha F(\alpha + 1, \beta; \delta; z).$$

В этой работе доказана формула

$$(\delta - 1 - \alpha)H_3(\alpha, \beta; \delta; z, t) = (\delta - 1)H_3(\alpha, \beta; \delta - 1; z, t) -$$

$$-\alpha H_3(\alpha + 1, \beta; \delta; z, t) + \frac{t}{\alpha - 1}H_3(\alpha - 1, \beta, \delta; z, t),$$

из которой при $t = 0$ как частный случай следует

$$(\delta - 1 - \alpha)F(\alpha, \beta; \delta; z) = (\delta - 1)F(\alpha, \beta; \delta - 1; z) - \alpha F(\alpha + 1, \beta; \delta; z).$$

Литература

1. *Hasanov A., Rassias J.M.* Fundamental solutions of two degenerated elliptic equations and solutions of boundary value problems in infinite area // International Journal of Applied Mathematics & Statistics. 2007. Vol. 8. Pp. 87-95.

2. *Капилевич М.Б.* О конфлюэнтных функциях Горна // Дифференциальные уравнения. 1966. Т. 2, № 9. С. 1239-1254.

3. *Мавлявиев Р.М., Гарипов И.Б.* Гауссово соотношение для смежных функций Горна H_3 // Материалы Международной научной конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и информатики” и XIV Школы молодых ученых “Нелокальные краевые задачи и современные проблемы анализа и информатики”. Терскол, 2016. С. 184-186.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ ОПЕРАТОРАМИ ДРОБНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В БАНКОВСКОЙ СИСТЕМЕ

© Магомедов И.И., Магомедов Р.И

Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)
e-mail: magomedova.e.s@mail.ru

В банковской системе, фирмах, предприятиях, связанных с экономикой, возникают ситуации нарушения равновесия. Такие явления в физических терминах можно описать системой с фрактальной структурой. Назовем этот процесс детерминированным хаосом, образующимся случайными факторами, действующими в экономике. Рассмотрим на подобии динамических систем, описываемых одним дифференциальным осцилляторным уравнением с производными дробного порядка вида

$$^{C}D_{0t}^{2\beta}x(t) + 2\gamma\,^{C}D_{0t}^{\beta}x(t) + \omega^{2\beta}x(t) = f(x), \tag{1}$$

где $0 < \beta \leq 1$, γ – коэффициент обычного затухания. Задача для уравнения денежных вкладов в банк с нелокальными граничными условиями имеет вид:

$$\begin{gathered} u_t - \frac{1}{2} b u_{xx} = 0,\ 0 < x < l,\ t > 0,\ b = const, \\ u|_{t=0} = \phi(x),\ 0 \leq x \leq l,\ u|_{x=0} = 0, \\ \int_0^l u(x,t)dx = N_o,\ t \geq 0,\ N_0 = const, \end{gathered} \tag{2}$$

где $u(x,t)$ – плотность распределения банковских вкладов. Заменим стандартную традиционную производную дробной производной, тогда задача (2) принимает вид

$$\partial_{0t}^{\alpha} u(x,t) - \frac{1}{2} b \partial_{0x}^{\beta} u(x,t) = 0, \text{ где } \partial_{0t}^{\alpha} u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{u_t'(x,\tau)}{(t-\tau)} d\tau,$$

$$\partial_{0x}^{\beta} u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(2-\beta)} \int_0^x \frac{u_{xx}''(s,t)}{(x-s)^{\beta-1}} ds,\ 0 < \alpha \leq 1,\ 1 < \beta \leq 2,$$

$$u(0,t) = 0,\ u(l,t) = 0,\ t \geq 0,\ u(x,0) = \phi(x),\ 0 \leq x \leq l,$$

в которой требуется определить решение $u(x,t) \in C^2$ удовлетворяющее начальным и граничным условиям.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОШАГОВОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ИГРЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

© Магомедова Е.С., Раджабова М.Т.

Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)
magomedova.e.s@mail.ru

В настоящее время защита информации является важнейшей, а также стоимостной задачей на современном этапе.

В работе предполагается использовать теорию многошаговых матричных игр для принятия решения по защите “закрытой” информации.

Игра называется многошаговой, если в ней имеется несколько игровых состояний и переход от одного состояния к другому совершается с определенной вероятностью. Такую вероятность называют переходной вероятностью, а игру — стохастической.

Предположим, что задана матрица игры двух лиц, в которой первый игрок, защищающий информацию, имеет m стратегий в виде строк матрицы, а второй игрок в виде неопределенного лица имеет n стратегий в виде столбцов

$$M = \left(a_{ij}^{k}\right), \quad i = 1, 2, \ldots, m; \; j = 1, 2, \ldots n; \; k = 1, 2, \ldots, N.$$

Обозначим через $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_N\}$ — множество состояний игры, а через $A^{(k)} = \left\{A_1^{(k)}, A_2^{(k)}, \ldots, A_m^{(k)}\right\}$ и $B^{(k)} = \left\{B_1^{(k)}, B_2^{(k)}, \ldots, B_n^{(k)}\right\}$ — стратегии первого и второго игрока соответственно.

Совокупность решений формируется в результате опыта первого игрока и в вероятностном выборе второго игрока.

В качестве показателя эффективности стратегии игрока A можно применить несколько критериев оптимальности стратегий, используемых в игре с неопредленностью, а для предотвращения игры до бесконечности можно задавать переходные вероятности $\beta_k \to 0$.

Для ограничения издержек можно ввести коэффициент обесценивания γ.

Литература

1. *Есипов Б.А.* Методы исследования операций. СПб.: Изд-во “Лань”, 2013. 304 с.
2. *Албанская Л.Б. и др.* Под общ. ред. И.Н. Дрогобыцкого. М.: Изд. “Экзамен”, 2004. 800 с.

К РАСЧЕТУ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ОСНОВЕ ФРАКТАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ НА ПРИМЕРЕ ВОДЯНОГО ПАРА

© [1]Магомедов Р.А., [1]Мейланов Р.Р., [1]Ахмедов Э.Н., [1,2]Бейбалаев В.Д., [1,2]Аливердиев А.А.

[1]Институт проблем геотермии ДНЦ РАН,
[2]Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)
e-mail: ramazan_magomedov@rambler.ru

В описании уравнения состояния реальных веществ можно проследить два основных направления. Первое основано на применении методов статистической физики, где учитывается природа потенциала взаимодействия частиц. Уравнения, полученные таким образом, содержат минимальное число параметров, имеющих ясный физический смысл, но их область применения сильно ограничена. Второе направление представляет собой построение эмпирического многопараметрического уравнения состояния. При таком подходе достигается хорошее согласие с экспериментом, однако зачастую теряется физический смысл параметров. В этой связи в последнее время наблюдаются интенсивные исследования по обобщению как равновесной, так и неравновесной термодинамики, и статистической физики, в частности, с применением дробного исчисления [1-3], где в теорию вносится один параметр – показатель производной дробного порядка.

В настоящей работе дается обобщение термодинамики в формализме производных дробного порядка, позволяющее учесть нелокальные эффекты в термодинамических процессах [3] на примере уравнения состояния водяного пара.

Работа частично поддержана грантом РФФИ, проект № 16-08-00067а.

Литерарура

1. *Meilanov R.P., Shabanova M.R., Akhmedov E.N.* Some peculiarities of the solution of the heat conduction equation in fractional calculus // Chaos, Solitons and Fractals. 2015. Vol. 75. Pp. 29-33.
2. *Beibalaev V.D., Shabanova M.R.* A finite-difference scheme for solution a fractional heat diffusion-wave equation conditions // Thermal science. 2015. Vol. 19. Pp. 531-536.
3. *Magomedov R.A., Meilanov R.P., Akhmedov E.N., Aliverdiev A.A.* Calculation of multicomponent compound properties using generalization of thermodynamics in derivatives of fractional order // Journal of Physics: Conference Series. 2016. Vol. 774. Pp. 012025.

ОБ АНАЛОГЕ ЗАДАЧИ ТРИКОМИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ

© Мадрахимова З.С.

Национальный университет Узбекистана им М. Улугбека
(Узбекистан, Ташкент)
e-mail: zilolaxonmadrahimova@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$0 = Lu \equiv \begin{cases} xu_{xx} + \alpha_0 u_x - u_y - \lambda_1^2 u, \;\; x > 0, \;\; y > 0, \\ -xu_{xx} + (-x)^n u_{yy} + \alpha_1 u_x - \lambda_2^2 u, \;\; x < 0, \;\; y > 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_0, \alpha_1, n = const$, причем

$$0 < \alpha_0 < 1,\ n > 1,\ \frac{1-n}{2} < \alpha_1 < 1,\ \lambda_1. \tag{2}$$

Пусть D – область ограниченная при $x < 0$, $y > 0$ нормальной кривой $\sigma:\ \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{4}{(n+1)^2}(-x)^{n+1} = \frac{1}{4}$ с концами в точках $O\,(0,0)$ и $A\,(0,1)$ а при $x > 0$, $y > 0$ прямыми $y = 0$, $y = 1$.

Введем обозначения: $I = \{(x,y) : x = 0,\ 0 < y < 1\}$, $D_1 = D \cap (x > 0,\ y > 0)$, $D_2 = D \cap (x < 0,\ y > 0)$, $\Gamma = \{(x,\,y) :\ 0 < x < +\infty,\ y = 0\} \cup \{(x,\,y) :\ 0 < x < +\infty,\ y = 1\}$.

В области D изучается следующая задача для уравнения (1).

Задача E_λ. *Найти функцию $u\,(x,y)$ со следующими свойствами:*

1) $u\,(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^{2,1}_{x,y}\,(D_1 \cup \Gamma) \cap C^2\,(D_2)$;

2) $u\,(x,y)$ удовлетворяет уравнению (1) в областях D_1 и D_2, кроме того $u\,(x,y)$ функция ограничена для всех $0 \le x < +\infty$ и $0 \le y \le 1$;

3) на линии вырождения I выполняется условие склеивания

$$\lim_{x \to -0} (-x)^{\alpha_1} u_x = f\,(y) \lim_{x \to +0} x^{\alpha_0} u_x + g\,(y) \text{ равномерно при } 0 < y < 1;$$

4) $u\,(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u\,(x,\,y)|_\sigma = \psi\,(x,y),\ (x,y) \in \overline{\sigma};\ u\,(x,\,y)|_{y=0} = \varphi\,(x),\ 0 \le x < \infty;$$

где $\varphi(x)$, $\psi(x,y)$, $f(y)$, $g(y)$ – заданные функции, причем

$$\varphi(x) \text{ ограничена на } [0,\infty), \tag{3}$$

$$\psi(x,y) \in (-x)^{\varepsilon+1}\overline{\psi}(x,y), \overline{\psi}(x,y) \in C(\overline{\sigma}), \varepsilon > 0, \tag{4}$$

$$f(y), g(y) \in C(\overline{I}) \cap C^2(I), f(y) > 0\ \forall (0,y) \in \overline{I}, \tag{5}$$

и выполнено условие согласования $\varphi(0) = \psi(0,0)$.

Теорема. *Если выполнены условия (2)–(5), то в области D существует единственное решение задачи E_λ.*

Единственность решения задачи E_λ доказывается с помощью принципа экстремума, а существование - методом интегральных уравнений.

ЗАДАЧА НЕЙМАНА ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ РИМАНА-ЛИУВИЛЛЯ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

© Мажгихова М.Г.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: mazhgihova.madina@yandex.ru

Рассмотрим уравнение

$$D_{0t}^{\alpha}u(t) - \lambda u(t) - \mu H(t-\tau)u(t-\tau) = f(t),\ 0 < t < 1, \qquad (1)$$

где D_{0t}^{α} – оператор дробного интегро-дифференцирования Римана–Лиувилля [1, с. 9], $H(t)$ – функция Хевисайда, $1<\alpha\leq 2$, λ, μ – произвольные постоянные, τ – фиксированное положительное число.

Для уравнения (1) с оператором Капуто начальная и краевые задачи исследованы в работах [2-4].

Регулярным решением уравнения (1) назовем функцию $u(t)$ из класса $D_{0t}^{\alpha-2}u(t) \in C^2(0,1)$, $u(t) \in L(0,1)$ и удовлетворяющую этому уравнению.

В данной работе исследуется следующая

Задача. Найти регулярное решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям:

$$\lim_{t\to 0} D_{0t}^{\alpha-1}u(t) = a, \quad \lim_{t\to 1} D_{0t}^{\alpha-1}u(t) = b. \qquad (2)$$

Решение задачи (1)–(2) выписано в терминах функции Грина. Найдено условие однозначной разрешимости исследуемой задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00462.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
2. *Мажгихова М.Г.* Начальная задача для обыкновенного дифференциального уравнения с производной Римана–Лиувилля с запаздывающим аргументом // Ученые записки ОГУ. 2015. № 4 (67). С. 46-47.
3. *Мажгихова М.Г.* Задача Дирихле для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом // ДАМАН. 2015. Т. 17, № 2. С. 42-47.
4. *Мажгихова М.Г.* Задача Неймана для обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с запаздывающим аргументом // Известия КБНЦ РАН. 2016. № 2 (70). С. 15-20.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ОБЛАСТИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРОМ АЛЛЕРА В ГЛАВНОЙ ЧАСТИ

© Макаова Р.Х.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: makaova.ruzanna@mail.ru

В евклидовой плоскости точек (x, y) рассматривается уравнение

$$0 = \begin{cases} u_y - au_{xx} - bu_{xxy}, & y > 0, \\ (-y)^m u_{xx} - u_{yy} - c(-y)^{\frac{m-2}{2}} u_x, & y < 0, \end{cases} \tag{1}$$

где a, b, m – заданные положительные числа; $|c| \leq \frac{m}{2}$; $u = u(x, y)$.

Уравнение (1) при $y < 0$ является вырождающимся гиперболическим уравнением первого рода [1], а при $y > 0$ - уравнением Аллера [2].

Пусть $\Omega^+ = \{(x, y) : 0 < x < r, 0 < y < T\}$. Через Ω^- обозначим область, ограниченную характеристиками уравнения (1) при $y < 0$: $A_0C : x - \frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}} = 0$, $CA_r : x + \frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}} = r$, выходящими из точек $A_0 = (0, 0)$, $A_r = (r, 0)$ и пересекающиеся в точке $C = \left(\frac{r}{2}, -\left[\frac{(m+2)r}{4}\right]^{\frac{m+2}{2}}\right)$ и $A_0A_r = \{(x, 0) : 0 < x < r\}$; $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^- \cup A_0A_r$.

Регулярным в области Ω решением уравнения (1) назовем функцию $u = u(x, y)$ такую, что $u \in C(\overline{\Omega}) \cap C^1(\Omega) \cap C^2(\Omega^-)$, u_{xx}, $u_{xxy} \in C(\Omega^+)$, u_x, $u_y \in L(A_0A_r)$ и удовлетворяющую уравнению (1).

Задача. *Найти регулярное в области Ω решение уравнения (1) из класса $u_x \in C(\Omega^+ \cup \overline{A_0B_0})$, удовлетворяющее следующим условиям:*

$$u(0, y) = \tau(y), \quad u_x(0, y) = \nu(y), \quad 0 \leq y \leq T, \tag{2}$$

$$u(x, y) = h(x), \quad \forall (x, y) \in A_0C, \tag{3}$$

где $\tau(y)$, $\nu(y)$, $h(x)$ – достаточно гладкие функции.

Исследован вопрос об однозначной разрешимости задачи (2), (3) для уравнения (1).

Литература

1. *Смирнов М.М.* Вырождающиеся гиперболические уравнения. Минск: Вышэйш. школа, 1977. 160 с.

2. *Нахушев А.М.* Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006. 287 с.

ЭРЕДИТАРНОЕ ЛОГИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПЕРЕМЕННОГО ПОРЯДКА

© **Макаров Д.В., Паровик Р.И.**

Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга
(Россия, Петропавловск-Камчатский)
e-mail: romanparovik@gmail.com

В этой работе предложено обобщение логистического уравнения, рассмотренного в статье [1], в случае переменного дробного порядка производной. Рассмотрена следующая задача Коши:

$$\partial_{0t}^{\alpha(t)} u(\tau) = \rho u(t)(1 - u(t)), u(0) = \phi, 0 < \alpha(t) < 1, \tag{1}$$

где $\partial_{0t}^{\alpha(t)} u(\tau) = \dfrac{1}{\Gamma(1-\alpha(t))} \int\limits_0^t \dfrac{\dot{u}(\tau)\, d\tau}{(t-\tau)^{\alpha(t)}}$, $\Gamma(1-\alpha(t))$ – гамма-функция, $\rho > 0$ – константа, $t \in [0, T]$, $T > 0$, ϕ – константа.

Далее с помощью соответствующей аппроксимации производной дробного переменного порядка, была получена система алгебраических нелинейных уравнений, которая была решена методом Ньютона. Построены различные кривые решений в зависимости от выбора функции $\alpha(t)$. Показано, что эредитарное логистическое уравнение (1) может быть использовано в моделировании экономических циклов по аналогии с работами [2-4].

Литература

1. *Sweilam N.H., Khader M.M., Mahdy A.M.S.* Numerical studies for solving fractional-order logistic equation // International Journal of Pure and Applied Mathematics. 2012. Vol. 78, № 8. Pp. 1199-1210.

2. *Макаров Д.В.* Об одной эредитарной динамической системе, моделирующей экономические циклы // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2016. № 2 (13). С. 55-61.

3. *Макаров Д.В.* Экономико-математическое моделирование инновационных систем // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2014. № 1 (8). С. 66-70.

4. *Makarov D.V., Parovik R.I.* Modeling of the economic cycles using the theory of fractional calculus // Journal of Internet Banking and Commerce. 2016. T. 21, № S6.

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА С ВЕСАМИ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ РИССА

© Малиева Ф.Ф.[1], Бейбалаев В.Д.[1,2]

[1]Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)

[2]Институт проблем геотермии ДНЦ РАН (Россия, Махачкала)

e-mail: faridadavudova@mail.ru

Рассмотрим в области $D = \{(x,t)\colon -L < x < L, 0 < t < T\}$ краевую задачу для уравнения теплопроводности с производными дробного порядка Рисса.

Задача. *Найти решение $u(x,t) \in C^2(D)$ уравнения:*

$$u_t(x,t) = C(x,t) R^\beta u(x,t) + f(x,t), \tag{1}$$

где $1 < \beta \leq 2, C(x,t) \geq 0$ удовлетворяющее начальному условию $u(x,0)=\phi(x)$ и граничным условиям $u(-L,t)=\mu_1(t)$ и $u(L,t)=\mu_2(t)$. Здесь

$$R^\beta u(x,t) = \frac{1}{2\Gamma(\beta)\cos\frac{\beta\pi}{2}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-L}^{+L} \frac{u(s,t)}{|x-s|^{\beta-1}} ds,$$

частная дробная производная Рисса [1]. Используя выражение [2]

$$R^\beta u(x,t) = \frac{1}{2\Gamma(\beta)\cos\frac{\beta\pi}{2}} \left(D_{0-}^\beta u(x,t) + D_{0+}^\beta u(x,t) \right), \tag{2}$$

уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{C(x,t)}{2\Gamma(\beta)\cos\frac{\beta\pi}{2}} \left(D_{0-}^\beta u(x,t) + D_{0+}^\beta u(x,t) \right) + f(x,t). \tag{3}$$

Краевую задачу для уравнения (1) будем решать численным методом. Для этого $\bar{D} = \{(x,t)\colon -L \leq x \leq +L, 0 \leq t \leq T\}$ введем сетку:

$$\bar{\omega}_{h\tau} = \{(x_i, t_n) : x_i = -L + ih, t_n = n\tau, i = 0, 1, ..., K,$$
$$h = 2L/K, n = 0, 1, ..., N, \tau = T/N\},$$

с шагом h по x и τ по t. Дробные производные по координате в правой части заменим разностными выражениями [3]:

$$\left(D_+^\beta u \right)_i \sim \frac{1}{h^\beta} \sum_{k=0}^{i+1} q_k u_{i-k+1} = \Lambda_+^\beta u_i, \tag{4}$$

$$\left(D_{-}^{\beta}u\right)_i \sim \frac{1}{h^{\beta}}\sum_{k=0}^{K-i+1} q_k u_{i+k-1} = \Lambda_{-}^{\beta}u_i, \qquad (5)$$

где $q_k = (-1)^k \cdot \frac{\beta\cdot(\beta-1)\cdots(\beta-k+1)}{k!}$.

Для производной u_t на отрезке $[t_n, t_{n+1}]$ имеет место разностная аппроксимация

$$\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right)_n \sim \frac{u^{n+1}-u^n}{\tau}. \qquad (6)$$

С учетом соотношений (4), (5) и (6) получим следующую разностную схему с весами

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\tau} = \frac{C_i^{n+1}}{2\Gamma(\beta)\cos\frac{\beta\pi}{2}h^{\beta}}\left[\sigma\left(\Lambda_{+}^{\beta}u_i^{n+1}+\Lambda_{-}^{\beta}u_i^n\right)+\right.$$

$$\left.+(1-\sigma)\left(\Lambda_{+}^{\beta}u_i^{n+1}+\Lambda_{-}^{\beta}u_i^n\right)\right]+f_i^{n+1}, \qquad (7)$$

где $C_i^{n+1} \approx C(x_i, t_n)$, $f_i^{n+1} \approx f(x_i, t_n)$. Доказана теорема.

Теорема 1. *Разностная схема (7) устойчива по начальным данным и по правой части.*

Литература

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и Техника, 1987. 688 с.

2. *Учайкин В.В.* Метод дробных производных. Ульяновск: Издательство “Артишок”, 2008. 512 с.

3. *Бейбалаев В.Д.* Численный метод решения задачи переноса с двусторонней производной дробного порядка // Вестник Самарского гос. тех. ун-та. Серия физ.-мат. науки. 2009. Т. 1 (18). С. 267-270.

ЗАДАЧА СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ ОДНОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© Маманазаров А.О.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: mega.mamanazarov@mail.ru

В докладе в области $Q = \bigcup_{j=0}^{2} Q_j$ для следующего уравнения

$$\left(\partial^2 u/\partial x^2\right) - \left(\partial^{2-H(x)}u/\partial t^{2-H(x)}\right) + (k/x)\left(\partial u/\partial x\right) - \lambda^2 u = 0, \qquad (1)$$

где $H(x)$ - функция Хевисайда, $Q_0 = \{(x,t) : x = 0, \ \ 0 < t < T\}$, $Q_1 = \{(x,t) : \ x > 0, 0 < t \leq T\}$, $\quad Q_2 = \{(x,t) \ : x < t < T + x, x \in (-T/2, 0)\}$; k, λ, $T \in R$, причем $k \in (0,1)$, $T > 0$, рассматривается следующая нелокальная задача:

Задача H. *Найти функцию* $u(x,t) \in \bigcap\limits_{j=1}^{2} \left[C\left(\bar{Q}_j\right) \cap C_{x,t}^{2,j}(Q_j)\right]$, *удовлетворяющую уравнению (1) в* $Q_1 \cup Q_2$, *условиям склеивания*

$$u(-0,t) = u(+0,t), \qquad \lim_{x \to -0} (-x)^k u_x(x,t) = \lim_{x \to +0} x^k u_x(x,t)$$

на отрезке $\bar{Q}_0$ *и следующим краевым условиям*

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in [0, +\infty); \qquad \lim_{x \to +\infty} u(x,t) = 0, \quad t \in [0,T];$$

$$a(t) A_{0t}^{1,\lambda} D_{0t}^{k/2} \left[t^{k-1} u(-t/2, t/2)\right] +$$

$$+ b(t) A_{Tt}^{1,\lambda} D_{Tt}^{k/2} \left\{(T-t)^{k-1} u\left[(t-T)/2, (t+T)/2\right]\right\} = \psi(t), t \in (0,T),$$

где $\varphi(x)$, $\psi(t)$, $a(t)$, $b(t)$ *– заданные функции;*

$$D_{mt}^{k/2}[f(t)] \equiv \frac{1}{\Gamma(1-k/2)} \frac{d}{dt} \int\limits_m^t |z-t|^{-k/2} f(z)\, dz,$$

$$A_{mt}^{1,\lambda}[g(t)] \equiv g(t) - \int\limits_m^t g(z) \frac{z-m}{t-m} \frac{\partial}{\partial z} J_0 \left[\lambda \sqrt{(t-m)(t-z)}\right] dz,$$

$J_0(z)$ *– функция Бесселя первого рода,* $\Gamma(z)$ *– гамма-функция.*

ФОРМУЛА ГРИНА ДЛЯ ОПЕРАТОРА КАПУТО

© Мамчуев Мурат О.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: mamchuev@rambler.ru

Получена формула Грина для оператора ∂_{0y}^{α} дробного дифференцирования в смысле Капуто [1, с. 9].

Пусть $\eta < y_\varepsilon < y < T$, $y_\varepsilon = y - \varepsilon$, $n - 1 < \alpha \leq n$, $n \in \mathbb{N}$.

Лемма 1. *Пусть* $u(\eta) \in C[0,T]$, $u^{(n)}(\eta) \in L[0,y]$ *и* $v(y;\eta) \in L[0,y] \cap C[0,y)$ *для любой фиксированной точки* $y \in (0,T)$. *Тогда справедливо соотношение*

$$\int\limits_0^{y_\varepsilon} \left(v \partial_{0\eta}^{\alpha} u - u D_{y\eta}^{\alpha} v\right) d\eta = \sum_{k=1}^{n} u^{(k-1)}(y_\varepsilon) D_{yy_\varepsilon}^{\alpha-k} v(y; y_\varepsilon) -$$

$$
-\sum_{k=1}^{n} u^{(k-1)}(0) D_{y\eta}^{\alpha-k} v(y;\eta)\big|_{\eta=0} + R(y,y_\varepsilon),
$$

где

$$
R(y,y_\varepsilon) = (-1)^n \mathrm{sin}\alpha\pi \int\limits_0^{y_\varepsilon} \partial_{0\eta}^{\alpha} u \cdot S_{y_\varepsilon y}^{n-\alpha} v d\eta.
$$

Здесь D_{ay}^{γ} – оператор дробного интегродиффернцирования порядка γ в смысле Римана-Лиувилля [1, с. 9], $S_{\eta y}^{\delta}$ – сингулярный оператор, определение которого можно найти в [1, с. 22].

Лемма 2. *Пусть* $u(\eta) \in C[0,T]$, $\partial_{0\eta}^{\alpha} u(\eta) \in L[0,y] \cap C(0,y_\varepsilon]$, $|v(y;\eta)| \le C(y-\eta)^{\gamma-1}$, $0<\gamma<1$, *тогда справедлива оценка*

$$
|R(y,y_\varepsilon)| \le K_1(y_\varepsilon,\rho)\varepsilon^{\gamma} + K_2(y_\varepsilon,\rho)\varepsilon^{\gamma+n-\alpha-\theta}, \quad 0 \le \theta \le 1, \quad 0<\rho<y_\varepsilon,
$$

где

$$
K_1(y_\varepsilon,\rho) = C_1 M_1 \left[(y_\varepsilon-\rho)^{-\alpha+n-1} + y_\varepsilon^{-\alpha+n-1}\right],
$$

$$
K_2(y_\varepsilon,\rho) = C_2 M_2 (y_\varepsilon-\rho)^{\alpha+\theta-n},
$$

$M_1 = \max\limits_{[0,T]} |u^{(n-1)}(y)|$, $M_2 = \max\limits_{[\rho,y_\varepsilon]} |\partial_{\rho\eta}^{\alpha} u(\eta)|$, $C_i = \mathrm{const} > 0$ $(i=1,2)$.

Отметим, что формула Грина для оператора Римана-Лиувилля была получена в работе [2].

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.

2. *Псху А.В.* // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39, № 10. С. 1430–1433.

ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ТЕПЛОВЫХ ГРУНТОВЫХ НАСОСОВ НА ТЕРРИТОРИИ КБР

© Мамчуев Мухтар О.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: mamchuev@rambler.ru

Рациональное использование топливно-энергетических ресурсов и постоянное истощение ископаемого топлива является актуальной проблемой. Одним из решений данной проблемы является использование низкопотенциальной тепловой энергии (НТИ) грунта поверхности Земли. Тепловой насос (ТН) является устройством переноса тепловой энергии от источника НТИ к потребителю.

Для исследования эффективности применения ТН на территории КБР проведен анализ 10 районов республики. Тепловые насосы используют бесплатные и возобновляемые источники энергии: низко потенциальную теплоту воздуха, грунта, подземных вод и открытых незамерзающих водоемов, данный факт делает возможным их применение в фермерских хозяйствах, удаленных от сетей централизованного теплоснабжения.

Основным вопросом при использовании ТН является оценка его эффективности. В работе проводится математическое моделирование теплового поля грунта вертикальной скважины. Задача сводится к решению уравнения теплопроводности для цилиндрической системы координат методом разделения переменных.

На основе найденного решения произведены расчеты пространственно-временных зависимостей теплового поля грунта вертикальной скважины.

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ В ПОЛУПЛОСКОСТИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

© Масаева О.Х.

Институт прикладной математики и автоматизации (Россия, Нальчик)
e-mail: olesya.masaeva@yandex.ru

В полуплоскости $\Omega = \{(x, y)\colon -\infty < x < \infty,\ 0 < y < \infty\}$ рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x, y) + D^{\alpha}_{0y}D^{\alpha}_{0y}u(x, y) = 0,\ \ 0 < \alpha < 1. \tag{1}$$

Задача. *Найти в области Ω регулярное решение уравнения (1), удовлетворяющее условию*

$$\lim_{y\to 0} D^{\alpha-1}_{0y}u(x, y) = \tau(x),\ -\infty < x < \infty,$$

где $\tau(x)$ – заданная ограниченная и непрерывная функция.

В данной работе обсуждаются вопросы, связанные с представлением общего решения и доказательством единственности решения рассматриваемой задачи. В работе [1] методом abc исследована задача Дирихле для обобщенного уравнения Лапласа дробного порядка в ограниченной области.

Литература

1. *Масаева О.Х.* Единственность решения задачи Дирихле для уравнения с фрактальным оператором Лапласа в главной части // Известия КБНЦ РАН. 2015. Т. (68)-2, № 6. С. 127-130.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ВЫЯВЛЕНИЯ СКРЫТОЙ ИНФОРМАЦИИ, СОДЕРЖАЩЕЙСЯ В ИЗОБРАЖЕНИИ

© Маслова О.И.

Северо-Кавказский федеральный университет (Россия, Ставрополь)
e-mail: petrova.oksana24@yandex.ru

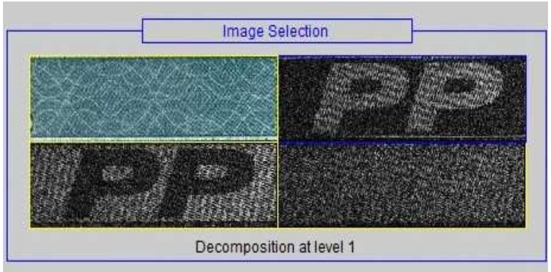
В большом количестве случаев качество выявления скрытой информации из изображения определяется по мере схожести двух изображений: исходного и обработанного. Существует несколько критериев оценки, которые можно разделить на две группы: субъективная оценка и объективная. Под субъективной оценкой понимают визуальное сравнение, под объективной оценкой – сравнение параметров сигналов изображений: коэффициенты сжатия информации, соотношение сигнал-шум, среднее квадратичное отклонение и т.д [1].

Среднее квадратичное отклонение вычисляется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{MN}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}(x_{m,n} - m_x)^2}, \tag{1}$$

где $\mathrm{m_x} = \frac{1}{\mathrm{MN}}\sum_{\mathrm{m=1}}^{\mathrm{M}}\sum_{\mathrm{n=1}}^{\mathrm{N}}\mathrm{x_{m,n}}$, MN – объем выборки.

Для того чтобы выявить зависимость качества выявления от изменения среднего квадратичного отклонения был проведен эксперимент. Из купюры номиналом 1000 рублей выделили фрагмент изображения, содержащий скрытую информацию. Далее выявляли скрытую информацию из данного фрагмента, используя вейвлет Хаара (Haar) различных уровней разложения. Вейвлет-преобразования реализовывали в системе Matlab, с помощью пакета Wavelet Toolbox [2].



Из полученных результатов можно утверждать, что на более низком уровне разложения выявление самое качественное, а также, чем выше среднее квадратичное отклонение, тем лучше результат выявления. Но данный вывод не относится ко всем детализирующим коэффициентам, а только лишь к горизонтальным коэффициентам.

Литература

1. *Смоленцев Н.К.* Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. Четвертое издание. Москва: Изд-во ДМК Пресс, 2014. 628 с.
2. *Фисенко Т.Ю., Фисенко В.Т.* Компьютерная обработка и распознавание изображений: учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. 192 с.

ОЦЕНКИ МНОГОЧЛЕНОВ ОТ НЕКОТОРЫХ ПОЛИАДИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ

© Матвеев В.Ю.

Московский институт электромеханики и автоматики (Россия, Москва)
e-mail: salomaa@mail.ru

Теорема. *Пусть*

$$f_1(z), \ldots, f_m(z)$$

представляют собой трансцендентные F – ряды с целыми коэффициентами, составляющие решение системы вида

$$P_{1,i}y_i' + P_{0,i}y_i = Q_i, i = 1, \ldots, m,$$

где $P_{0,i}, P_{1,i}, Q_i \in \mathbb{Q}(z)$.

Пусть $\xi \in \mathbb{Z}$, $\xi \neq 0$, $P_{1,i}(\xi) \neq 0$, $i = 1, \ldots, m$, а также выполняются следующие условия:

$$\exp\left(\int\left(\frac{P_{0,i}(z)}{P_{1,i}(z)} - \frac{P_{0,j}(z)}{P_{1,j}(z)}\right)dz\right) \notin \mathbb{C}(z), \quad i \neq j.$$

Тогда для любого $d \in \mathbb{N}$ существует эффективная постоянная H_0, зависящая от рядов $f_1(z), \ldots, f_m(z)$ такая, что для любого *многочлена $P(x_1, \ldots, x_m)$ степени d по совокупности переменных $x_1, \ldots, x_m$, отличного от тождественного нуля и имеющего целые коэффициенты и высоту $H \geq H_0$ существует бесконечное множество простых чисел p, для которых в полях $\mathbb{Q}_p$ выполнено неравенство*

$$|P(f_1(\xi), \ldots, f_m(\xi))|_p > H^{-M-\frac{M+C_0}{\sqrt{\ln\ln H}}}$$

с эффективной постоянной C_0 и

$$M = \binom{m+d-1}{d}.$$

О МОДЕЛИРОВАНИИ ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ СТРАНЫ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

© Мирзоев Ф.А., Кулиев Р.М., Аббасова Ш.А.

Бакинский государственный университет (Азербайджан, Баку)
e-mail: farhad_1958@mail.ru

Известно, что устойчивость социально-экономического развития каждой страны предполагает обеспечение достойного уровня жизни населения, сохранив для потомков, благоприятную окружающую среду. Необходимым условием достижения этой цели является соизмерение результатов экономического развития с качеством жизни населения и окружающей среды. В связи с этим возникает задача формирования системы показателей, на основе которой будет дана комплексная оценка состояния и развития взаимодействия экономики, природы и общества [1].

Исходя из этого, целью данной работы является анализ устойчивости социально-экономического развития на базе построения нейронной сети для прогноза основных макропоказателей, которые в основном носят нечеткий характер. При помощи программы SPSS [3] нам удалось построить на базе нейронных сетей модель, которая отразила зависимость ВВП на душу населения от показателей устойчивости социально-экономического развития страны [2]. Важность построения такого типа моделей для анализа качества экономического роста, состоит в том, что в дальнейшем с их помощью можно решать задачи прогнозирования и управления. Это позволит определить приоритетные направления устойчивого социально – экономического развития общества.

Литература

1. *Аббасова Ш.А., Оруджева М.Ш., Оруджева Т.В.* Оценка устойчивости социально-экономического развития страны // Современная экономика: Проблемы и решения. Воронеж. 2015. № 8. С. 69-76.

2. Статистические показатели Азербайджана. Баку, 2014. 812 с.

3. *Бююль А. Цефель П.* SPSS: искусство обработки информации. Анализ статистических и восстановление скрытых закономерностей // Пер. с нем. СПб., 2002. 680 с.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СО СМЕЩЕНИЕМ НА ВНУТРЕННИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ

© Мирсабуров М., Чориева С.Т.

Термезский государственный университет (Узбекистан, Термез)
e-mail: mirsaburov@mail.ru

Рассмотрим уравнение

$$(signy)|y|^m u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad m = const > 0. \qquad (1)$$

Пусть Ω – конечная односвязная область комплексной плоскости $z = x + iy$, ограниченная при $y > 0$ нормальной кривой $\sigma_0 : x^2 + 4(m+2)^{-2}y^{m+2} = 1$, с концами в точках $A(-1,0)$, $B(1,0)$, а при $y < 0$ – характеристиками AC и BC уравнения (1). Обозначим через Ω^+ и Ω^- части области Ω, лежащие соответственно в полуплоскостях $y > 0$ и $y < 0$, а через C_0 и C_1, соответственно точки пересечения характеристик AC и BC с характеристиками исходящими из точки $E(c,0)$, где $c \in I = (-1,1)$ – интервал оси $y = 0$.

Пусть $p(x) = \delta - kx$ – линейный диффеоморфизм из множества точек отрезка $[-1,c]$ в множество точек отрезка $[c,1]$, причем $p(-1) = 1, p(c) = c$, где $\delta = 2c/(1+c),\ k = (1-c)/(1+c)$.

Задача *A. Требуется найти в области Ω функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую следующим условиям:*

1) $u(x,y)$ непрерывна в каждой из замкнутых областей $\overline{\Omega}^+$ и $\overline{\Omega}^-$;

2) $u(x,y) \in C^2(\Omega^+)$ и удовлетворяет уравнению (1) в области Ω^+;

3) $u(x,y)$ является обобщенным решением класса R_1 уравнения (1) в области Ω^-;

4) на отрезке AB – линии параболического вырождения уравнения (1) выполняются общие условия склеивания:

$$\begin{gathered} u(x,-0)=u(x,+0)+a_0(x), \quad x\in\overline{I}, \\ \lim_{y\to-0}\frac{\partial u}{\partial y}=b(x)\lim_{y\to+0}\frac{\partial u}{\partial y}+b_0(x),\ x\in I\backslash\{c\}, \end{gathered} \tag{2}$$

эти пределы при $x\to\pm1, x\to c$ могут иметь особенности порядка ниже $1-2\beta$, где $\beta=m/(2(m+2))$;

5) выполняются условия

$$u(x,\sigma_0(x))=c_0(x)u(x,+0)+\varphi_0(x), \quad x\in\overline{I},$$

$$u[\theta_1^*(x)]-\mu u[\theta_0^*(p(x))]=\psi_0(x), \quad x\in[-1,c], \tag{3}$$

$$u(p(x),-0)-u(x,+0)=f_0(x), \quad x\in[-1,c], \tag{4}$$

где $\theta_1^*(x_0),\ \theta_0^*(p(x_0))$ – соответственно аффиксы точек пересечения характеристик EC_0 и EC_1 с характеристиками исходящими из точек $M(x_0,0)$ и $M(p(x_0),0),\ x_0\in[-1,c]$.

Введем обозначения

$$\begin{gathered} u(x,-0)=\tau^-(x),\ x\in\overline{I};\ \lim_{y\to-0}\frac{\partial u}{\partial y}=\nu^-(x), \\ u(x,+0)=\tau(x),\ x\in\overline{I};\lim_{y\to+0}\frac{\partial u}{\partial y}=\nu(x), x\in I. \end{gathered} \tag{5}$$

В силу обозначений (5) общие условия склеивания (2) запишем в виде

$$\tau^-(x)=\tau(x)+a_0(x),\ x\in\overline{I},\ \nu^-(x)=b(x)\nu(x)+b_0(x),\ x\in I\backslash\{c\}, \tag{6}$$

а условие локального смещения (4) с учетом (6) примет вид

$$\tau(p(x))=\tau(x)+f(x),\ x\in[-1,c],$$

где $f(x)=f_0(x)-a_0(p(x))$.

Решение видоизмененной задачи Коши с данными (5) для уравнения (1) в области Ω^- дается формулой Дарбу. Из краевого условия (3) имеем

$$b(x)\nu(x)-\mu k^{1-2\beta}b(p(x))\nu(p(x))=$$

$$=\gamma(1-\mu)D_{x,c}^{1-2\beta}\tau(x)+\psi_1(x), x\in(-1,c), \tag{8}$$

где $\psi_1(x) = 2\left(\frac{m+2}{4}\right)^{2\beta}\frac{\Gamma(1-\beta)}{\Gamma(1-2\beta)}(c-x)^{\beta}D_{x,c}^{1-\beta}\psi_0(x) - \gamma\mu D_{x,c}^{1-2\beta}f(x) + $ $+\mu b_0(p(x))k^{1-2\beta} - b_0(x)$ – известная функция.

Равенство (7) является первым функциональным соотношением между неизвестными функциями $\tau(x)$ и $\nu(x)$ привнесенным на интервал $(-1, c)$ из области Ω^-.

Теорема. *Решение $u(x,y)$ задачи A, при выполнении условий $a_0(x) \equiv 0,\ b_0(x) \equiv 0,\ \varphi_0(x) \equiv 0,\ \psi_0(x) \equiv 0,\ f_0(x) \equiv 0$*

$$\mu < 0,\ 0 \leq c_0(x) < 1,\ b(x) > 0$$

в замкнутой области $\overline{\Omega}$ тождественно равно нулю.

Литература

1. *Нахушев А.М.* О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа // Дифференц. уравнения. 1969. Т. 5, № 1. С. 44-59.

ЗАДАЧА С НАГРУЖЕННЫМ УСЛОВИЕМ БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО НА ХАРАКТЕРИСТИКЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА

© Мирсабурова У., Саломов Г., Эрдонов Б.

Термезский государственный университет (Узбекистан, Термез)
e-mail: mirsaburov@mail.ru

Рассмотрим уравнение

$$(sign y)|y|^m u_{xx} + u_{yy} - (m/2y)u_y = 0,\ m > 0. \qquad (1)$$

Пусть $\Omega-$ конечная односвязная область комплексной плоскости $z = x + iy$, ограниченная при $y > 0$ нормальной кривой $\sigma_0 : x^2 + 4(m+2)^{-2}y^{m+2} = 1$, с концами в точках $A(-1,0)$ и $B(1,0)$, а при $y < 0$ - характеристиками AC и BC уравнения (1).

Обозначим через Ω^+ и Ω^- части области Ω, лежащие соответственно в полуплоскостях $y>0$ и $y<0$, $I = \{(x,y)| -1<x<1, y=0\}$.

Задача A. *Найти в области Ω функцию $u(x,y) \in C\left(\overline{\Omega}\right)$, удовлетворяющую следующим условиям:*

1) функция $u(x,y)$ принадлежит $C^2(\Omega^+)$ и удовлетворяет уравнению (1) в области Ω^+;

2) функция $u(x,y)$ является обобщенным решением класса R_1, $\tau'(x),\ \nu(x) \in H$, причем $u_x(x,0),\ u_y(x,0)$ непрерывны в точке $x = -1$ в области Ω^-;

3) на интервале вырождения имеет место следующее условие сопряжения

$$\lim_{y\to -0}(-y)^{-m/2}\frac{\partial u}{\partial y}=\lim_{y\to +0}y^{-m/2}\frac{\partial u}{\partial y},\quad x\in I,$$

причем эти пределы при $x\to 1$ могут иметь особенности порядка ниже единицы;

4) выполнены условия

$$u(x,y)|_{\sigma_0}=a(x)u(x,0)+\varphi(x),\quad x\in \overline{I},\tag{2}$$

$$u[\theta(x)]=\mu u[\theta_k(x)]+(1-\mu)u(x,0)+\psi(x),\quad x\in \overline{I},\tag{3}$$

где постоянная $\mu\neq 1$, заданные функции $\varphi(x)\in C^{1,\alpha_0}(\overline{I})$, $\psi(x)\in C^{2,\alpha_0}(\overline{I})$, $\alpha_0=const<1$, причем $\varphi(\pm 1)=0$, $\psi(-1)=0$,

$$\theta(x)=(x_0-1)/2-i[(m+2)(1+x_0)/4]^{2/(m+2)},$$

$$\theta_k(x)=(kx_0-1)/(1+k)-i[(m+2)(1+x_0)/2(1+k)]^{2/(m+2)}$$

– аффиксы точек пересечения характеристики AC и кривой

$$AC_1:\ x-(2k/(m+2))(-y)^{(m+2)/2}=-1,\ k=const>1$$

где $C_1\in BC$, с характеристикой исходящей из точки $(x_0,0), x_0\in I$.

Условие (2) является аналогом условия Бицадзе-Самарского связывающей значения искомой функции на кривой σ_0 и на отрезке вырождения AC, условие (3) является нагруженным аналогом условия Бицадзе-Самарского связывающей значения искомой функции на AC, AC_1 и AB. При $\mu=0$, задача А переходит в задачу Бицадзе-Самарского для уравнения смешанного типа.

Теорема. *Задача А при выполнении условий*

$$|\ \mu a/(\mu-1)\ |<1,\ a=(k-1)/(k+1),\ 0\leq a(x)<1\tag{5}$$

однозначно разрешима.

Теорема доказывается методом, предложенным в работе [1].

Литература

1. *Мирсабуров М., Хайруллаев И.Н., Бобомуродов У.Э.* Об одном обобщении задачи Бицадзе-Самарского для уравнения смешанного типа // Известия вузов. Математика. 2016. № 10. С. 1-5.

ГРУППЫ С ФОРМАЦИОННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА СИЛОВСКИЕ ПОДГРУППЫ

© Монахов В.С.[1], Сохор И.Л.[2]

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины (Беларусь, Гомель)

[1]e-mail: viktor.monakhov@gmail.com, [2]e-mail: irina.sokhor@gmail.com

Рассматриваются только конечные группы. Формации всех абелевых, нильпотентных, сверхразрешимых и разрешимых групп обозначаются через $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{S}$ соответственно. Закрепим также следующие обозначения: $\mathfrak{A}_1$ — формация всех абелевых групп с элементарными абелевыми силовскими подгруппами; $\mathcal{A}$ — формация всех разрешимых групп с абелевыми силовскими подгруппами.

Обобщением теоретико-групповых понятий субнормальности и абнормальности являются $\mathfrak{F}$-субнормальность и $\mathfrak{F}$-абнормальность, где $\mathfrak{F}$ — формация [1, IV.5.12, IV.5.6]. Эти формационные понятия являются альтернативными для собственных подгрупп.

Т.И. Васильева и А.Ф. Васильев [2] предложили обозначение $\mathrm{w}\mathfrak{F}$ для класса всех групп, в которых каждая силовская подгруппа $\mathfrak{F}$-субнормальна, и описали его свойства. Несложно проверить, что в любой разрешимой группе каждая силовская подгруппа $\mathfrak{A}_1\mathfrak{N}$-субнормальна, поэтому $\mathfrak{S} \subseteq \mathrm{w}\mathfrak{F}$ для любой формации $\mathfrak{F}$, содержащей $\mathfrak{A}_1\mathfrak{N}$. Следовательно, в универсуме всех разрешимых групп изучать класс групп, в которых каждая силовская подгруппа $\mathfrak{F}$-субнормальна или $\mathfrak{F}$-абнормальна, следует для формаций, не содержащих $\mathfrak{A}_1\mathfrak{N}$.

Теорема. *В группе G каждая силовская подгруппа $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$-субнормальна или $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$-абнормальна класса нильпотентности не больше 2 тогда и только тогда, когда либо $G \in \mathfrak{N}\mathcal{A}$, либо $G = G^{\mathfrak{N}} \rtimes P$, где P — неабелева $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$-абнормальная силовская p-подгруппа для некоторого $p \in \pi(G)$, являющаяся подгруппой Картера и Гашюца, $P' \leq Z(P)$ и $G^{\mathfrak{N}} = G^{\mathfrak{U}} \in \mathfrak{N}\mathcal{A}$.*

Литература

1. *Doerk K., Hawkes T.* Finite soluble groups. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1992. 891 p.

2. *Васильев А.Ф., Васильева Т.И.* О конечных группах с обобщенно субнормальными силовскими подгруппами // ПФМТ. 2011. № 4 (9). С. 86-91.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОНИМАНИЯ ЕСТЕСТВЕННО-ЯЗЫКОВЫХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ НА ОСНОВЕ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ КОГНИТИВНЫХ АРХИТЕКТУР

© Нагоев З.В.[1], Нагоева О.В.[2]

Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН (Россия, Нальчик)

[1]e-mail: zaliman@mail.ru, [2]e-mail: nagoeva_o@mail.ru

Научную проблему понимания речи (speech understanding) большинство исследователей относят к разряду так называемых AI-полных задач [1]. В ранее проведенных исследованиях и обзорах [2], хорошо видно, что на данный момент подход к формализации семантики мышления и моделированию процессов понимания на основе мультиагентной рекурсивной когнитивной архитектуры (МуРКА), предложенный в [3] отвечает всем требованиям, т.к. позволяет на основе имитационного моделирования, с использованием метафоры проектирования рационального агента, создавать мультиагентные самоорганизующиеся системы, динамика которых может быть интерпретирована в терминах формирования развития и распада функциональных систем нейронов головного мозга (по Анохину).

Ранее установлено, что взаимоотношения между агентами на разных уровнях когнитивной архитектуры организованы на основе мультиагентного экзистенциального отображения (МАЭО) [1, 4]. В этом случае возникают интересные новые возможности для формализации самоорганизующихся мультиагентных алгоритмов, основанных на контрактных отношениях между агентами.

Развивая аналогию с категориальной классификацией семантики лексем, введем аналогичные множества агентов-понятий (понятия-действия) и ментальных агентов для описания действий, а также введем формальное описание агентов-понятий для описания признаков объектов (понятие-признак) и ментальных агентов для описания признаков объектов, формальное описание агентов-понятий для описания признаков действий (понятие-признак действия) и ментальных агентов для описания признаков действий. Аналогичным образом могут быть введены агенты-понятия и ментальные агенты для остальных семантических типов, выраженных лингвистическими категориями частей речи. Количество и состав таких категорий, как известно, практически во всех естественных языках мира, совпадают с небольшими расхождениями. Наша гипотеза состоит в том, что эти правила, в целом, реализуют лингвистическую синтаксическую парадигму.

Т.о., формируются предпосылки решения проблемы семантического обоснования символов.

Литература

1. *Нагоева О.В. и др.* Системы понимания речи и модели представления семантики // Известия КБНЦ РАН. 2014. № 5 (61). С. 64-71.

2. *Нагоев З.В.* Методы принятия решений и управления в неструктурированных задачах на основе самоорганизующихся мультиагентных рекурсивных когнитивных архитектур: дисс. ... д-ра техн. наук. Нальчик, 2013. 304 с.

3. *Нагоев З.В.* Интеллектика, или мышление в живых и искусственных системах. Нальчик: Изд-во КБНЦ РАН, 2013. 211 с.

4. *Рассел С., Норвиг П.* Искусственный интеллект: современный подход (AIMA). 2-е изд. М.:«Вильямс», 2007. 1424 с. ISBN 0-13-790395-2.

5. *Nagoev Z.V., Nagoeva O.V., Toktakova D.G.* System Essence of Intelligence and Multiagent Existential Mappings // Hybrid Intelligent Systems, Advances in Intelligent Systems and Computing 420. DOI 10.1007/978-3-319-27221-4_6. Pp. 67-76.

ПРОБЛЕМА ВАРИНГА ДЛЯ ПЯТЫХ СТЕПЕНЕЙ С ПОЧТИ РАВНЫМИ СЛАГАЕМЫМИ

© Назрублоев Н.Н.

Институт математики им. А. Джураева АН РТ (Таджикистан, Душанбе)
e-mail: nasrullo_86@bk.ru

Доклад посвящен асимптотической формуле в проблеме Варинга для пятых степеней с почти равными слагаемыми. Такая задача для кубов и четвёртых степеней была изучена в работах [1, 2].

Теорема. *Пусть $N > N_0$ – натуральное число, ε – произвольное положительное число, не превосходящее 10^{-8}, тогда для числа $J(N,H)$ представлений N суммою 33 пятых степеней чисел x_i, $i = 1, 2, \ldots, 33$ с условиями $\left|x_i - \left(\frac{N}{33}\right)^{\frac{1}{5}}\right| \le H$, $H \ge N^{\frac{1}{5}-\frac{1}{340}+\varepsilon}$, справедлива асимптотическая формула:*

$$J(N,H) = \frac{B\sigma(N)H^{32}}{\sqrt[5]{N^4}} + O\left(\frac{H^{32}}{\sqrt[5]{N^4}\ln N}\right),$$

где $\mathfrak{S}(N)$ - особый ряд, сумма которого превосходит некоторое положительное постоянное, B - абсолютная постоянная.

Доказательство теоремы проводится круговым методом и используется оценка коротких сумм Вейля [3-5] и теорема о правильном порядке интеграла от тридцать второй степени модуля короткой суммы Вейля [6].

Литература

1. *Рахмонов З.Х., Мирзоабдугафуров К.И.* Проблема Варинга для кубов с почти равными слагаемыми // ДАН РТ. 2008. Т. 51, № 2. С. 83-86.

2. *Рахмонов З.Х., Азамов А.З.* Асимптотическая формула в проблеме Варинга для четвертых степеней с почти равными слагаемыми // ДАН РТ. 2011. Т. 54, № 3. С. 34-42.

3. *Назрублоев Н.Н., Рахимов А.О.* Короткие тригонометрические суммы Г. Вейля в множестве точек первого класса // ДАН РТ. 2014. Т. 57, № 8. С. 621-628.

4. *Назрублоев Н.Н.* Оценка коротких тригонометрических сумм Г. Вейля пятой степени в множестве точек второго класса // ДАН РТ. 2014. Т. 57, № 9. С. 720-724.

5. *Рахмонов З.Х., Назрублоев Н.Н., Рахимов А.О.* Короткие суммы Г. Вейля и их приложения // Чебышевский сборник. 2015. Т. 16, вып. 1 (53). С. 232-247.

6. *Назрублоев Н.Н.* О средней значение коротких тригонометрических сумм Г. Вейля пятой степени // ДАН РТ. 2014. Т. 57, № 7. С. 531-537.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОГО КОНТАКТА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗОНДА С ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© Нарожнов В.В.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: narojnov.victor@gmail.com

В работе рассматривается бесконечный цилиндр, который находится в упругом контакте с твердой плоской поверхностью. Цилиндр моделирует зонд-ударник в экспериментах по зондовой акустической диагностике металлов [1]. Считается, что к цилиндру приложена равномерная по сечению вертикальная нагрузка, а материал цилиндра является однородным и изотропным. Ищется распределение давления вдоль всего контакта между поверхностью и цилиндром. Аналитическое решение контактной задачи сравнивается с результатами ее моделирования в COMSOL Multiphysics.

Для моделирования контакта используется так называемый метод «штрафа/барьера», который был предложен в [2].

Литература

1. *Рехвиашвили С.Ш., Нарожнов В.В.* Нелинейная динамика и акустические сигналы при упругих соударениях зонда с поверхностью твердого тела // Известия ВУЗов. Прикладная и нелинейная динамика. 2013. Т. 21. № 6. С. 49-57.

2. *Zavarise G., Wriggers P., Schrefler B. A.* A method for solving contact problems // In. J. for Num. Meth. in Engng. 1998. Vol. 42. P. 473-498.

ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

© Николаев Е.И.

Северо-Кавказский федеральный университет (Россия, Ставрополь)
e-mail: notdeveloper@gmail.com

Класс искусственных нейронных сетей (ИНС), характеризующихся высокой эффективностью распознавания изображений, называются Deep Convolutional Neural Networks (DCNNs). В последнее время DCNNs находят все новые применения [1, 2]. Одной из перспективных областей применения DCNNs - синтез изображений. Данный механизм наделяет искусственные интеллектуальные системы способностью к творчеству: рисование картин с заданными стилями; генерирование аудио с определенными характеристиками; генерирование исходного кода. Генерирующие DCNN обучаются с использованием алгоритма обратного распространения, но при определении ошибки ИНС используется матрица Грамма G^l [3], элементы которой рассчитываются как:

$$G^l_{ij} = \sum_k F^l_{ik} F^l_{jk}, \qquad (1)$$

где G^l_{ij} - скалярное произведение карт признаков F_i и F_j для нейронного слоя l.

Набор матриц грамма $G^1, G^2, ..., G^L$ для каждого слоя $1, 2, ..., L$ нейронной сети эффективно описывает изображение и позволяет представить функцию потерь E_L при обучении ИНС как:

$$E_L = \sum (\hat{G}^L - G^L)^2, \qquad (2)$$

где $\hat{G}^L$ - матрица Грамма для изображения, сгенерированного нейросетью; G^L - матрица Грамма, полученная из карт признаков классифицирующей DCNN.

Литература

1. *Grinchuk O., Lebedev V., Lempitsky V.* Learnable Visual Markers // The Neural Information Processing Systems (NIPS). Barcelona. 2016.

2. *Ulyanov D., Lebedev V., Vedaldi A., Lempitsky V.*Texture Networks: Feed-forward Synthesis of Textures and Stylized Images // International Conference on Machine Learning (ICML). New York. 2016.

3. *Leon A. Gatys, Alexander S. Ecker, Matthias Bethge*Texture Synthesis Using Convolutional Neural Networks // The Neural Information Processing Systems (NIPS). Montreal. 2015.

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ВАН ДЕР ПОЛЯ-ДУФФИНГА С ПАМЯТЬЮ

© Новикова Е.Р.

Камчатский государсрственный университет имени Витуса Беринга
(Россия, Петропаловск-Камчатский)
e-mail: elizaveta_333@mail.ru

В работе предложена новая математическая модель осциллятора Ван дер Поля-Дуффинга с внешним периодическим воздействием с учетом эредитарности. Эредитарность или эффект памяти в динамической системе определяет зависимость текущих ее состояний от предыдущих и описывается с помощью интегро-дифференциальных уравнений [1]. В работе рассмотрен специальный класс интегро-дифференциальных уравнений – уравнений с производными дробных порядков [2]. Одно из таких уравнений, характеризующее нелинейные колебания Ван дер Поля-Дуффинга, будет являться объектом нашего исследования. Предложен алгоритм нахождения численного решения исходного модельного уравнения, который основан на конечно-разностной схеме [3, 4]. Разработана компьютерная программа, реализующая этот алгоритм. С помощью программы построены осциллограммы и фазовые траектории для эредитарного осциллятора Ван дер Поля-Дуффинга в зависимости от различных значений управляющих параметров.

Литература

1. *Volterra V.* Sur les 'equations int'egro-diff'erentielles et leurs applications // Acta Mathematica. 1912. Vol. 35, № 1. Pp. 295-356.

2. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его приложения. М.: Физматлит. 2003. 272 с.

3. *Parovik R.I.* Finite-difference schemes for fractal oscillator with a variable fractional order // Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences. 2015. Vol. 11, № 2. Pp. 85-92

4. *Parovik R.I.* Explicit finite-difference scheme for the numerical solution of the equation of nonlinear hereditary oscillator with variable-order fractional derivatives // Archives of Control Sciences. 2016. Vol. 26. № 3. Pp. 429-435.

О ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ГРАФАХ КЭЛИ ДЛЯ A_N

© Овчаренко А.Ю.

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики
(Россия, Новосибирск)
e-mail: shmatova_aaa@mail.ru

Графом Кэли $\Gamma = Cay(G, S) = (V, E)$ на группе G относительно порождающего множества S называется граф с множеством вершин $V = G$ и множеством ребер $E = \{\{g, h\} : g, h \in G, g^{-1}, h \in S\}$. Спектр графа Γ определяется как множество вещественных собственных значений матрицы смежности [1].

В силу определения введенного Ф. Харари и А.Д. Швенком [2], граф G называется целочисленным, если его спектр состоит из целых чисел. В этой же работе они поставили задачу поиска целочисленных графов Кэли. Целью нашей работы является исследование графов Кэли на знакопеременных группах A_n для различных n.

Теорема. *Следующие графы Кэли на знакопеременных группах являются целочисленными:*

1) $\Gamma_1 = Cay(G, S)$, где $G = A_4$, $S = \{(123), (124)\}$ или $S = \{(123), (234)\}$ или $S = \{(123), (134)\}$ или $S = \{(123), (12)(34)\}$;

2) $\Gamma_2 = Cay(G, S)$, где $G = A_5$, $S = \{(123), (124), (125)\}$;

3) $\Gamma_3 = Cay(G, S)$, где $G = A_6$, $S = \{(123), (124), (125), (126)\}$.

Литература

1. *Harary F., Schwenk A.J.* (1974) Which graphs have integral spectra?. In: Bari R.A., Harary F. (eds) Graphs and Combinatorics. Lecture Notes in Mathematics, vol 406. Springer, Berlin, Heidelberg.

2. *Wang L.* A survey of results on integral trees and integral graphs, Department of Applied Mathematics, Faculty of EEMCS, University of Twente The Netherlands, Memorandum. 2005. №. 1763. Pp. 1–22.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НАСЛЕДСТВЕННО-УПРУГОГО ТЕЛА

© Огородников Е.Н.[1], Унгарова Л.Г.[2], Латыпова Н.М.[3]

[1,2]Самарский государственный технический университет (Россия, Самара)

[1]e-mail: eugen.ogo@gmail.com, [2]e-mail: algluiza@gmail.com

[3]Самарский государственный университет путей сообщения (Россия, Самара)

[3]e-mail: nailya99@yandex.ru

В работе рассмотрены некоторые нелинейные варианты дробных аналогов классических моделей Фойхта, Максвелла, Кельвина и Зенера, которые возникают при определенных предположениях о нелинейном характере упругих и вязких элементов структурных моделей. Будем считать, что зависимость между напряжением $\sigma(t)$ и деформацией $\varepsilon(t)$ в упругих элементах определяется равенством $\sigma = E\varepsilon^n$ $(n > 0)$; зависимость между напряжением и дробной производной $D_{0t}^{\alpha}\varepsilon(t)$ в модели Скотт Блэра — равенством $\sigma = \eta\left(D_{0t}^{\alpha}\varepsilon\right)^m$ $(m > 0)$, где E и η — некоторые положительные константы, совпадающие с модулем упругого элемента и коэффициентом демпфирования, если $n = m = 1$, $\alpha = 1$. Рассматривается также вариант вязкоупругого элемента, моделируемого равенством $\sigma = \eta D_{0t}^{\alpha}\varepsilon^n$. Очевидно, решение задачи о ползучести при постоянной нагрузке $\sigma(t) = \sigma_0 = \mathrm{const}$ в рамках обоих нелинейных вариантов модели Скотт Блэра не вызывает затруднений, как и решение этой же задачи для нелинейных дробных аналогов модели Максвелла.

Определяющие соотношения для нелинейных дробных аналогов моделей Фойхта, Кельвина и Зенера приводят к нелинейным дифференциальным уравнениям с производными Римана–Лиувилля. Нахождение явных решений задачи о ползучести для таких уравнений затруднительно, если использовать первый вариант нелинейного аналога модели Скотт Блэра. Если же использовать второй вариант этой модели, то определяющие соотношения для всех выше названных моделей в дифференциальной форме будут записываться в виде дифференциального уравнения Барретта относительно некоторых функций, содержащих искомую деформацию. Решение таких уравнений не вызывает затруднений, и они легко находятся в терминах некоторых специальных функций, связанных с функцией типа Миттаг–Леффлера.

НЕЛОКАЛЬНЫЕ АНАЛОГИ ЗАДАЧИ КОШИ–ГУРСА ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ НАГРУЖЕННЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В СПЕЦИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ

© Огородников Е.Н.

Самарский государственный технический университет (Россия, Самара)
e-mail: eugen.ogo@gmail.com

Известно, что для системы дифференциальных уравнений

$$L_m(\mathbf{u}) = y^{2m+1}\mathbf{u}_{xx} - y\mathbf{u}_{yy} + y^m A\mathbf{u}_x + B\mathbf{u}_y = 0 \ \ (m > 0), \qquad (1)$$

где $\mathbf{u}(x,y) = (u_1; u_2; \ldots; u_n)^T$, при специальном выборе матричных коэффициентов $A = (m+1)GP$, $B = mE - (m+1)G$, $2G = (\alpha+\beta)E + (\alpha-\beta)P$ $(\alpha, \beta > 0)$, P – произвольная инволютивная, а E – единичная $[n \times n]$ – матрицы, происходит потеря единственности решения в задачах Коши–Гурса с данными на любой характеристике, ограничивающей область

$$\Omega = \left\{(x,y) : 0 < x - y^{m+1}/(m+1) < x + y^{m+1}/(m+1) < 1\right\}.$$

В работе [1] показано восстановление единственности решения этих задач для системы нагруженных уравнений

$$L_m(\mathbf{u}) + \varepsilon y^{B+E}\frac{\partial}{\partial y}\mathbf{u}(\xi, 0) = 0 \ \ (\varepsilon > 0) \qquad (2)$$

и отмечена связь между локальными и нелокальными постановками краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений [2].

В настоящей работе приведены примеры корректных постановок нелокальных аналогов задачи Коши–Гурса для систем уравнений (1) и (2) с условиями типа Бицадзе–Самарского.

Литература

1. *Огородников Е. Н.* Корректность задачи Коши–Гурса для системы вырождающихся нагруженных гиперболических уравнений в некоторых специальных случаях и ее равносильность задачам с нелокальными краевыми условиями // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2004. № 26. С.26-38

2. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и их применение. М.: Наука, 2012. 232 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПО ТЕОРИИ УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

© **Олимов А.Г.**

Худжандский госуниверситет им. Б. Гафурова (Таджикистан, Худжанд)
e-mail: Abdumanon1950@mail.ru

В сообщении относительно уравнения Риккати

$$y' = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x), \quad x \in \Gamma = [a, b],$$

установлено, что если

$$Q(x), R(x) \in C(\Gamma), P(x), s(x) \in C^1(\Gamma), s(x) = -\frac{P(x)Q(x) + P'(x)}{2P(x)},$$

причем $P(x)$ нигде не равна нулю, то общее решение из класса $C^1(\Gamma)$, в случае выполнения связи $R(x) = \frac{s'(x)+s^2(x)}{P(x)}$ между коэффициентами, выражается формулой

$$y(x) = \frac{c[s(x)(x - x_0) - 1] + s(x)}{P(x)[c(x - x_0) + 1]},$$

а в случае не выполнения этой связи, выражается формулой

$$y(x) = \frac{c[s(x)F_1(x) - \int_{x_0}^{x} \Omega(\xi)F_1(\xi)d\xi - 1] + s(x)F_0(x) - \int_{x_0}^{x} \Omega(\xi)F_0(\xi)d\xi}{P(x)[cF_1(x) + F_0(x)]},$$

где $x_0 \in \Gamma-$ фиксированная точка, $\Omega(x) = s'(x) + s^2(x) - P(x)R(x)$,

$$F_j(x) = (x - x_0)^j + \int_{x_0}^{x} \Gamma(x, \xi)(\xi - x_0)^j d\xi, \quad j = 0, 1,$$

$\Gamma(x, \xi)$ – резольвента интегрального уравнения Вольтерра второго рода

$$\varphi(x) - \int_{x_0}^{x} (x - \xi)\Omega(\xi)\varphi(\xi)d\xi = c_1(x - x_0) + c_0,$$

с непрерывным ядром и правой частью, c, c_j - произвольные постоянные.

Аналогичным образом можно исследовать уравнение Риккати с коэффициентами, имеющими особые точки.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ПОДХОДОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ ОБВАЛОВ

© Орлова Н.С.

Южный математический институт ВНЦ РАН,
Финансовый университет при Правительстве РФ (Россия, Владикавказ)
e-mail: norlova.umi.vnc@gmail.com

В настоящее время для моделирования движения обвалов используются модели на основе двух подходов (дискретный и континуальный). Дискретные модели описывают движение потока вещества в виде движения совокупности отдельных структурных частиц. В непрерывных (на основе континуального подхода) моделях движение вещества представляется в виде сплошной среды, характеризующейся неразрывным полем значений физических параметров – скорости, давления, сил.

Было проведено исследование двух моделей, основанных на разных подходах. В работе [1] получены результаты моделирования движения обвалов с использованием метода дискретных элементов. Для верификации модели был проведен эксперимент на лабораторной установке. Представлено сравнение дальности пробега обвальной массы в зависимости от крутизны склона в экспериментах и расчетах. Получено удовлетворительное совпадение результатов [1]. В работе [2] получены результаты моделирования движения обвалов с использованием континуального подхода. Было проведено сравнение полученных результатов расчетов с результатами других известных моделей, которые описывают реальные наблюдения. Полученные размеры зоны поражения в среднем совпадают с результатами, которые рассчитаны по упрощенным динамическим моделям и при обработке данных наблюдений.

С целью определения области применения каждой модели в дальнейшем планируется проведение дополнительных вычислительных экспериментов с использованием модели на основе континуального подхода и сравнение полученных результатов с результатами эксперимента, проведенного на лабораторной установке [1].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-35-00147.

Литература

1. *Кусраев А.Г., Минасян Д.Г., Орлова Н.С., Пантилеев Д.Г., Хубежты Ш.С.* Верификация модели обвалов, использующей метод дискретного элемента // Геология и геофизика Юга России. 2016. № 4. С. 83-93.

2. *Орлова Н.С., Волик М.В.* Математическое моделирование движения обвалов с использованием континуального подхода // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2016. № 3. С. 20-24.

О РАЗБИЕНИЯХ ИКОСАЭДРА НА ТЕЛА С ПАРКЕТНЫМИ ГРАНЯМИ

© Отмахова Е.С.[1], Тимофеенко А.В.[2]

Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева
(Россия, Красноярск)
[1]e-mail: nasait123@mail.ru, [2]e-mail: A.V.Timofeenko62@mail.ru

Известно, что каждое выпуклое соединение тел M_3, M_{3a}, M_{19a} M_{19b} при условии, что любые два его ребра либо равны, либо одно вдвое короче другого, [1]. Если последнее требование ослабить, оставляя возможные длины рёбер равными единице, двойке или тройке, то среди соединяемых тел появится икосаэдр. Соединение икосаэдра и любого выпуклого тела с правильными или составленными из правильных многоугольников гранями будет невыпуклым многогранником. Доклад посвящён состоянию следующих вопросов, [2].

Вопрос 1. *Найти все выпуклые соединения тел* $M_3, M_{3a}, {}^{1/2}M_{3a}, {}^{2/3}M_{3a}, {}^{3/4}M_{3a}, M_{19a}, M_{19b}, M_{19c}$ *с условием, что длины рёбер принимают целые значения от одного до четырёх.*

Вопрос 2. *Найти все выпуклые соединения тел* $M_3, M_{3a}, M_{19a}, M_{19d}, CA_5$ *с условием, что длины рёбер принимают целые значения от одного до трех.*

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках научного проекта №№16-41-240670.

Литература

1. *Тимофеенко А.В., Отмахова Е.С.* О выпуклых телах с паркетными гранями // Материалы международной конференции по алгебре, анализу и геометрии, посвящённой юбилеям выдающихся профессоров Казанского университета, математиков Петра Алексеевича (1895-1944) и Александра Петровича (1926-1998) Широковых, и молодёжной школы-конференции по алгебре, анализу, геометрии. – Казань, Казанский университет; изд-во Академии наук РТ, 2016. С. 330-331. *http://kpfu.ru/portal/docs/F1397737406/Proceedings_fpaag_2016.pdf*

2. *Отмахова Е.С., Тимофеенко А.В* О разбиениях икосаэдра на тела с паркетными гранями // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы V Всероссийской научно-методической конференции с международным участием. Красноярск, 16–17 ноября 2016. С. 132-136.

РАЗЛИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДФУХФАЗНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

© Панов А.В.

Челябинский государственный университет (Россия, Челябинск)
e-mail: gjd@bk.ru

В работе исследуется свойство симметрии системы уравнений в частных производных, описывающей динамику двухфазной среды (модель Х.А. Рахматулина [1]). Методом Ли-Овсянникова найдены допускаемые преобразования системы [2]. Для различных подалгебр из допускаемой алгебры Ли найдены инвариантные, либо частично инвариантные решения системы. Выписаны подмодели различных рангов и дефектов.

Литература

1. *Рахматулин Х.А.* Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // Прикл. математика и механика. 1956. Т. 20, № 2. С. 184-195.

2. *Овсянников Л.В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978. 399 с.

ОБ ОДНОЙ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОСТНОЙ СХЕМЕ ДЛЯ ЭРЕДИТАРНОГО ОСЦИЛЛЯЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

© Паровик Р.И.

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН (Россия, Паратунка)
Камчатский государсрственный университет имени Витуса Беринга (Россия, Петропаловск-Камчатский)
e-mail: romanparovik@gmail.com

В работе исследована явная конечно-разностная схема для задачи Коши:

$$\partial_{0t}^{\beta} x\left(\eta\right) + \lambda \partial_{0t}^{\gamma} x\left(\eta\right) = 0, x\left(0\right) = \alpha_1, \dot{x}\left(0\right) = \alpha_2, \tag{1}$$

где $\partial_{0t}^{\beta} x(\eta)$ и $\partial_{0t}^{\gamma} x(\eta)$ – дробные производные по Капуто порядков $1 < \beta < 2, 0 < \gamma < 1$, $t \in [0, T], T > 0$ – время моделирования, λ – положительный коэффициент отвечающий за трение, α_1 и α_2 – заданные константы. Согласно методике работы [1] была построена явная конечно-разностная схема. Далее в работе приводится ряд вспомогательных лемм для доказательства следующей ключевой теоремы.

Теорема. *Явная конечно-разностная схема устойчива и сходится с первым порядком, если выполнено следующее условие*:

$$\tau \leq \tau_0 = \min\left(1, \left(\frac{2\Gamma(2-\gamma)}{\lambda\Gamma(3-\beta)}\right)^{\frac{1}{\beta-\gamma}}\right). \qquad (2)$$

Дальнейшее исследование задачи Коши (1) связано с введением функций $\beta(t)$ и $\gamma(t)$ [2, 3], а также нелинейной правой части в исходное уравнение.

Литература

1. *Паровик Р.И.* Математическое моделирование линейных эредитарных осцилляторов. Петропавловск-Камчатский: КамГУ им. Витуса Беринга, 2015. 178 с.
2. *Parovik R.I.* Finite-difference schemes for fractal oscillator with a variable fractional order // Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences. 2015. Vol. 11, issue 2. Pp. 85-92
3. *Parovik R.I.* Explicit finite-difference scheme for the numerical solution of the equation of nonlinear hereditary oscillator with variable-order fractional derivatives // Archives of Control Sciences. 2016. Vol. 26, № 3. Pp. 429-435.

ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПОДГРУППЫ ГРУППЫ $GL_3(F)$ НАД ПОЛЕМ НУЛЕВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

© Пачев У.М.

Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова (Россия, Нальчик)
e-mail: urusbi@rambler.ru

Дается описание циклических подгрупп полной линейной группы $GL_3(F)$ степени 3 над полем F нулевой характеристики. Тем самым получено усиление результата из [1], относящегося только к случаю алгебраически замкнутого поля F и значит, например, случай поля $F = Q$ рациональных чисел выпадал из рассмотрения. Аналогичное исследование проводилось в [2] для полной линейной группы $GL_2(F)$. При этом мы используем несколько иной подход, основанный на свойствах характеристических корней матрицы.

Итак, пусть $M \in GL_3(F)$, где $charF = 0$ и α, β, γ — характеристические корни матрицы M. Тогда имеет место следующий результат, дающий описание циклических подгрупп полной линейной группы $GL_3(F)$.

Теорема. *Если α, β, γ — характеристические корни матрицы $M \in GL_3(F)$, то циклическая подгруппа $\langle M \rangle$, порожденная матрицей M над полем F нулевой характеристики определяется равенствами*

1) $M^n = \dfrac{\Delta_1}{W} M^2 + \dfrac{\Delta_2}{W} M + \dfrac{\Delta_3}{W} M^0$, *при различных α, β, γ;*

$W = \begin{vmatrix} \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \beta^2 & \beta & 1 \\ \gamma^2 & \gamma & 1 \end{vmatrix}$, Δ_i — *определитель, полученный заменой i-го столбца столбцом ${}^t(\alpha^n, \beta^n, \gamma^n)$;*

2) $M^n = -\dfrac{\Delta_1}{(\alpha-\beta)^2} M^2 - \dfrac{\Delta_2}{(\alpha-\beta)^2} M - \dfrac{\Delta_3}{(\alpha-\beta)^2} M^0$, *где Δ_i — определитель, полученный заменой i-го столбца определителя*

$\begin{vmatrix} \alpha^2 & \alpha & 1 \\ n\alpha^{n-1} & 1 & 0 \\ \beta^n & \beta & 1 \end{vmatrix}$ *столбцом ${}^t(\alpha^n, n\alpha^{n-1}, \beta^n)$;*

α – двукратный корень, β— простой характеристический корень;

3) $M^n = \dfrac{n(n-1)}{2} \alpha^{n-2} M^2 + (2n-n^2)\alpha^{n-1} M + \dfrac{1}{2}(n-1)(n-2)\alpha^n M^0$, *где α – трехкратный характеристический корень.*

Литература

1. *Шокуев В.Н.* Циклические подгруппы группы $G'L_3(F)$ // Известия КБНЦ РАН. 2001. № 2 (7).

2. *Пачев У.М., Жемухова М.З.* Циклические подгруппы полной линейной группы второй степени над полем нулевой характеристики // Владикавказский математический журнал. 2011. Т. 13, вып. 3. С. 17-20.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВЫРОЖДЕННЫЕ ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ С ДРОБНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ. ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

© Плеханова М.В.

Южно-Уральский государственный университет (НИУ),
Челябинский государственный университет (Россия, Челябинск)
e-mail: mariner79@mail.ru

Работа посвящена исследованию вопросов однозначной разрешимости начальных задач и задач оптимального управления для уравнений с дробной производной Герасимова–Капуто

$$D_t^\alpha Lx(t) = Mx(t) + N(t, x(t), x'(t), \ldots, x^{(r)}(t)) + f(t), \tag{1}$$

$$(Sx)^{(k)}(t_0) = x_k,\ k = 0, 1, \ldots, m-1. \tag{2}$$

Здесь $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$ – банаховы пространства, $L \in \mathcal{L}(\mathcal{X}; \mathcal{Y})$, т.е. линейный непрерывный оператор, $M \in \mathcal{C}l(\mathcal{X}; \mathcal{Y})$, т.е. линейный замкнутый оператор, плотно определенный в $\mathcal{X}$, действующий в $\mathcal{Y}$, $N : \mathbb{R} \times \mathcal{X}^{r+1} \to \mathcal{Y}$ – нелинейный оператор, f – заданная функция, D_t^α – оператор дробной производной, $m \in \mathbb{N}$, $m-1 < \alpha \leq m$, $r \in \{0, 1, \ldots, m-1\}$.

Уравнение (1) рассматривается в невырожденном случае ($\mathcal{X} = \mathcal{Y}$, $L = I$), а также при $\ker L \neq \{0\}$. Задача (1), (2) представляет собой задачу Коши ($S = I$ в (2)) или обобщенную задачу Шоуолтера-Сидорова в вырожденном случае.

Полученные общие результаты используются при исследовании разрешимости начально-краевых задач и задач управления для уравнений и систем уравнений в частных производных дробного или высокого порядка по времени, в том числе для соответствующих модификаций таких уравнений, как уравнение Осколкова-Бенджамена-Бона-Махони-Бюргерса, уравнение Аллера, система гравитационно-гироскопических волн, система уравнений динамики дробных вязкоупругих тел Кельвина-Фойгта и др.

Литература

1. *Plekhanova M.V.* Nonlinear equations with degenerate operator at fractional Caputo derivative // Mathematical Methods in the Applied Sciences. 2016. In press. doi: 10.1002/mma.3830.

2. *Плеханова М.В.* Задачи стартового управления для эволюционных уравнений дробного порядка // Челябинский физико-математический журнал. 2016. Т. 1, вып. 3. С. 16-37.

О СТАБИЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

© Псху А.В.

Институт прикладной математики и автоматизации (Россия, Нальчик)
e-mail: pskhu@list.ru

В работе исследуется задача стабилизации [1] для класса дробных диффузионно-волновых уравнений. Найдены условия на начальные функции, обеспечивающие стабилизацию решения начальной задачи при больших значениях временной переменной.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00462.

Литература

1. *Денисов В.Н.* О поведении решений параболических уравнений при больших значениях времени // УМН. 2005. Т. 60, № 4. С. 145-212.

АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ СИСТЕМ ОБВОЛАКИВАЮЩЕГО ИНТЕЛЛЕКТА

© Пшенокова И.А.[1], Шалова С.Х.[2], Макоева Д.Г.[3], Кильчукова А.Л.[4]

Институт информатики и проблем регионального управления КБНЦ РАН (Россия, Нальчик)
[1]e-mail: pshenokova_inna@mail.ru, [2]e-mail: satanei@mail.ru,
[3]e-mail: d.makoeva@iipru.ru, [4]e-mail: angella_kilchukova@mail.ru

Принципиальную значимость для реализации системы обволакивающего интеллекта (СОБ) имеет автоматическое формирование контекста текущей ситуации на базе использования устройств различного уровня интеллектуальности, распределенных вычислительных мощностей, удаленных сенсоров и исполнительных механизмов (эффекторов) [1, 2, 3]. Распределенный искусственный интеллект, который выполняет роль логической надстройки над человеко-центрическим инфраструктурным базисом, является центральным интегрирующим звеном системы управления, обеспечивающей такую функциональность. Сложность, неструктурированность, гетерогенность, нечеткость и значительные объемы входных информационных потоков обусловили сложность и в общем случае нерешенность задачи интеллектуального анализа различных ситуаций для цели построения текущего контекста в СОБ [2, 3]. Основная методологическая проблема в решении данной задачи состоит в разработке формальных систем рассуждений и отсутствии системного подхода к вопросам изучения и моделирования психических процессов, связанных с анализом сложных ситуаций [3]. Одним из подходов к решению указанной задачи является построение распределенной подсистемы формирования текущего контекста в СОБ на основе когнитивного моделирования и процессов мультиагентной самоорганизации [1, 2, 3].

В результате проведенного анализа выявлены основные направления современных исследований в области систем обволакивающего интеллекта: разработки, связанные с созданием «умных городов», «умных комнат», «умных теплиц», роботов, обладающих встроенной функцией принятия решений; сенсоров, реагирующих на различные изменения окружающей среды, системы принятия решений, используемые в различных сферах деятельности.

Расширение рынка и рост финансовых вложений в проекты Ambient Intelligence (AI), позволяют сделать вывод о перспективах развития данного направления науки и необходимости продолжения исследований.

Литература

1. *Шалова С. Х.* Обзор и анализ исследований в области систем обволакивающего интеллекта // Инженерный вестник Дона. 2016. № 4.

2. *Иванов П.М., Нагоев З.В., Кудаев В.Ч., Макаревич О.Б., Хамуков Ю.Х., Токмакова Д.Г.* Автоматическое формирование контекста ситуаций в системах обволакивающей безопасности на основе мультиагентных когнитивных архитектур // Известия КБНЦ РАН. 2015. № 1 (63). С. 23-31.

3. *Иванов П.М., Макаревич О.Б., Нагоев З.В.* Автоматическое формирование контекста ситуаций в системах обволакивающей безопасности на основе мультиагентных когнитивных архитектур // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2013. № 12 (149).

ЗАДАЧА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ДРОБНОГО ТЕЛЕГРАФНОГО УРАВНЕНИЯ

© Пшибихова Р.А.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: pshibikhova@mail.com

Для уравнения

$$\partial_{0x}^{\alpha}\partial_{0y}^{\beta}u(x,y)+\lambda u(x,y)=f(x,y), \tag{1}$$

где $\alpha, \beta \in (0,1)$, в области $D = (0,a) \times (0,b)$, $a < \infty, b < \infty$ рассмотрена следующая

Задача. *Найти регулярное решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям*

$$u(x,0) = \psi(x), \quad 0 < x < a, \tag{2}$$

$$\int_0^a K(x,y)u(x,y)dx = \eta(y), \quad 0 < y < b, \tag{3}$$

где $K(x,y)$, φ, η — заданные непрерывные функции.

В данной работе построено решение задачи с интегральным условием для уравнения (1). Ранее в работе [2] доказана теорема существования и единственности решения для данной задачи при $K(x,y) = 1$. Ранее, в работе [3] доказана теорема существования и единственности решения аналога задачи Гурса для уравнения вида (1) с производными Римана-Лиувиля.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00462.

Литература

1. *Нахушев А.М.*Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.

2. *Пшибихова Р.А.*Задача Гурса для дробного телеграфного уравнения с производными Капуто и с интегральным условием // Известия КБНЦ РАН. № 2 (70).

3. *Пшибихова Р.А.*Аналог задачи Гурса для обобщенного телеграфного уравнения дробного порядка // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50, № 6. С. 839-843

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТИПА ЛИНЕЙНОГО СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ КОШИ-РИМАНА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА С СИНГУЛЯРНОЙ ЛИНИЕЙ В ИСКЛЮЧИТЕЛЬНЫХ СЛУЧАЯХ

© Раджабов Н.Р., Болтаев К.С.

Таджикский национальный университет (Таджикистан, Душанбе)
e-mail: nusrat38@mail.ru

В работе рассматривается система следующего вида

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\mu}{|y|} v = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \mu = const, \end{cases} \tag{1}$$

в области $\Pi = \Pi^+ \cup \Pi^-$, где $\Pi^+ = \{(x, y); -\infty < x < \infty, 0 < y < \infty\}$, $\Pi^- = \{(x, y); -\infty < x < \infty, -\infty < y < 0\}$.

В [1] для системы (1) в области Π при $\mu \neq -(2m-1)$, $\mu \neq 2m+\ 1$ получены представления многообразия решений и решены ряд краевых задач типа линейного сопряжения. Случаи $\mu = -(2m-1)$, $\mu = 2m+1$ будем называть исключительными, где $m > 0$ – целое число.

В [2] для системы (1) при $\mu = -(2m-1)$ получено представление многообразия решений в виде ряда.

Через B^∞ обозначим класс функций $f(x)$ имеющих непрерывные производные любого порядка, все производные которых ограничены одной константой.

Решение системы (1), которое выражается через две произвольные функции класса B^∞ и $4m-2$ произвольные постоянные, назовём решением из класса $W_2^{4m-2}(\Pi)$.

В данной работе для системы (1) при $\mu = -(2m-1)$ решена краевая задача типа линейного сопряжения.

Задача. Найти решение системы (1) из класса $W_2^{4m-2}(\Pi)$ при $\mu = -(2m-1)$ и удовлетворяющее условиям

$$a_j \frac{\partial^{2m} u(x,y)}{\partial y^{2m}}\Big|_{y=+0} + b_j \frac{\partial^{2m-2}}{\partial y^{2m-2}}(y^{2m-2} u(x,y))\Big|_{y=-0} = \varphi_j, j = 1, 2,$$

$$v(x,y)\Big|_{y=+0} = 0, \quad (y^{2m} v(x,y))\Big|_{y=-0} = 0;$$

$$\alpha_i \left(\int u(x,y)dx \right) \Big|_{\substack{x=0\\ y=+0}} + \beta_i \left(y^{2m-2} \int u(x,y)dx \right) \Big|_{\substack{x=0\\ y=-0}} = \gamma_i, i = 1, 2,$$

$$\begin{cases} \alpha_{2i+1} \frac{\partial^{i-1} u(x,y)}{\partial x^{i-1}}\Big|_{\substack{x=0\\ y=+0}} + \beta_{2i+1} \frac{\partial^{i-1}(y^{2m-1} u(x,y))}{\partial x^{i-1}}\Big|_{\substack{x=0\\ y=-0}} = \gamma_{2i+1}, \\ \alpha_{2i+2} \frac{\partial^{i-1} u(x,y)}{\partial x^{i-1}}\Big|_{\substack{x=0\\ y=+0}} + \beta_{2i+2} \frac{\partial^{i-1}(y^{2m-1} u(x,y))}{\partial x^{i-1}}\Big|_{\substack{x=0\\ y=-0}} = \gamma_{2i+2}, \end{cases}$$

$i = 1, 2, \ldots, (2m-3)$

$$\frac{\partial^{2m-3} u(x,y)}{\partial x^{2m-3}}\Big|_{\substack{x=0\\ y=+0}} = \gamma_{4m-3}, \quad \frac{\partial^{2m-2} u(x,y)}{\partial x^{2m-2}}\Big|_{\substack{x=0\\ y=+0}} = \gamma_{4m-2},$$

$$v(x,y)\Big|_{\substack{x=0\\ y=+0}} = 0, \quad (y^{2m}v(x,y))\Big|_{\substack{x=0\\ y=-0}} = 0,$$

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{4m-4}$; $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{4m-4}$; a_1, a_2; b_1, b_2; $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{4m-2}$ – заданные постоянные числа, $\varphi_i(x)$ – заданные функции класса B^∞, $i = 1, 2$.

Предполагается, что определители систем отличны от нуля. Эта задача решается с помощью представлений полученных в работе [2].

Литература

1. *Раджабов Н.Р., Болтаев К.С.* Краевые задачи типа линейного сопряжения для обобщенной системы Коши-Римана первого порядка с сингулярной линией // Материалы третьего международного Российско-Казахского симпозиума "Уравнения смешанного типа, родственные проблемы анализа и информатики". Нальчик. 2014. С. 171-173.

2. *Болтаев К.С.* Представления многообразия решений для обобщенной системы Коши-Римана специального вида с сингулярной линией в исключительных случаях // Материалы международной научной конференции "Современное проблемы математики и её приложений", посвящённой 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в городе Душанбе. 2016. С. 09-10.

3. *Раджабов Н.Р.* Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. Душанбе, 1980. Ч. 1, 127 с.; 1981. Ч. 2, 170 с.; 1982. Ч. 3, 170 с.; 1985. Ч. 4, 147 с.

ДИФФУЗИОННАЯ ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

© Расулов М.С.

Институт математики (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: rasulovms@bk.ru

В работе исследуется диффузионная логистическая модель со свободной границей популяционной биологии [1].

Требуется найти пару функций $(s(t), u(t,x))$ удовлетворяющих условиям

$$u_t = (d(x)u_x)_x + u\,(a(x) - b(x)u)\,,\ 0 < t \le T,\ 0 < x < s(t), \qquad (1)$$

$$u\,(0,x) = \varphi(x),\ 0 \le x \le s(0) = s_0, \qquad (2)$$

$$u_x\,(t,0) = 0,\ 0 \le t \le T, \qquad (3)$$

$$u\,(t,s(t))=0,\ \ 0\leq t\leq T, \tag{4}$$

$$\dot{s}(t)=-\mu\,u_x\,(t,s(t))\,,\ \ 0\leq t\leq T. \tag{5}$$

Здесь $u\,(t,x)-$ плотность популяции, свободная граница $x=s(t)$ представляет собой распространение фронта.

Заданные функции удовлетворяют следующиям условиям:

a) $d(x)\geq d_0>0$, $a(x)\geq a_0>0$, $b(x)\geq b_0>0$, $d_0,a_0,b_0-const$;

b) $\varphi(x)\in C^2\,[0,s_0]$, $\varphi'(0)=\varphi(s_0)=0$, $\varphi(x)>0$, $x\in[0,s_0]$.

Задача (1)–(5) ранее исследована в работе [2] в случае $k(u)\equiv 1$, $d(x)\equiv\ d_0$, $a(x)\equiv a_0$, $b(x)\equiv b_0$.

В работе изучено поведение свободной границы, установлены априорные оценки норм Гельдера, доказаны существование и единственность решения задачи и проведены некоторые качественные исследования.

Теорема. *Пусть* $(s(t),u(t,x))$ *является решением задачи (1)–(5).*

i)*Если* $\lim\limits_{t\to\infty}s(t)<\infty$, *то* $\lim\limits_{t\to\infty}\|u\,(t,x)\|_{C[0,s(t)]}=0$;

ii)*Если* $\lim\limits_{t\to\infty}s(t)=\infty$, *то* $\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=\tilde{u}(x)$ *равномерно на любом ограниченном подмножестве области* $[0,\infty)$, *где* $\tilde{u}(x)$ *равновесное решение задачи (1)–(5).*

Литература

1. *Zhou P., Xiao M.* The diffusive logistic model with a free boundary in heterogenous environment // Journal of Differential Equations. 2014. Vol. 256. Pp. 1927-1954.

2. *Du Y. and Lin Z.*Spreading-vanishing dichotomy in a diffusive logistic model with a free boundary // SIAM J. Math. Anal. 2010. Vol. 42, № 1. Pp. 377-405.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ДВУМЯ ЛИНИЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ

© Рафиков А.Н.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: rafiqov72@mail.ru

Пусть Ω – конечная односвязная область плоскости, ограниченная кривыми $\Gamma_j:\frac{1}{q^2}|x|^{2q}+\frac{1}{p^2}y^{2p}=1,\ y\geqslant 0, \Gamma_{2j+1}:\frac{1}{q}|x|^q+\frac{1}{p}\,(-y)^p=\ 1,$ $y\leqslant 0, \Gamma_{2j+2}:\frac{1}{q}|x|^q-\frac{1}{p}\,(-y)^p\ =0,\ \ y\leqslant 0,$ здесь $x\geqslant 0$ при $j=1,\ \ x\leqslant 0$

при $j = 2$, $2p = m + 2$, $2q = n + 2$ причем $m > n$. Введем обозначения $\Omega_1^+ = \Omega \cap (x > 0,\, y > 0)$, $\Omega_2^+ = \Omega \cap (x < 0,\, y > 0)$, $\Omega_1^- = \Omega \cap (x > 0,\, y < 0)$, $\Omega_2^- = \Omega \cap (x < 0,\, y < 0)$.

В данной работе для уравнения

$$\mathrm{sign}\, \mathrm{y}\, |\mathrm{y}|^{\mathrm{m}}\, \mathrm{u_{xx}} + |\mathrm{x}|^{\mathrm{n}}\, \mathrm{u_{yy}} = 0, \tag{1}$$

в области Ω исследован аналог задачи Трикоми в следующей постановке.

Задача. *Найти функцию $u\,(x, y)$ со следующими свойствами:*

1) $u\,(x, y) \in C\left(\overline{\Omega}\right) \cap C^1\,(\Omega) \cap C^2\,(\Omega^+ \cup \Omega^-)$ причем u_x и u_y могут обращаться в бесконечность порядка меньше единицы в точках $O(0, 0)$, $A_1(h_1, 0)$, $A_2(-h_1, 0)$, $B(h_2, 0)$;

2) удовлетворяет уравнению (1) в областях Ω_j^+ и Ω_j^- $(j = 1, 2)$;

3) удовлетворяет краевым условиям $u|_{\Gamma_j} = \varphi_j\,(x, y)\,, (x, y) \in \overline{\Gamma}_j$, $u|_{\Gamma_3} = \psi_2\,(x)\,,\ -(q^{1/q}) \leqslant x \leqslant -\,(q/2)^{1/q}$, $u|_{\Gamma_5} = \psi_1\,(x)$, $(q/2)^{1/q} \leqslant x \leqslant q^{1/q}$, где $\varphi_j\,(x,\, y)$ и $\psi_j\,(x)$ $(j = 1, 2)$ – заданные функции, причем $\psi_2\,(-h_1) = \varphi_1\,(-h_1)$, $\psi_1\,(h_1) = \varphi_2\,(h_1)$, $h_1 = q^{1/q}$, $h_2 = p^{1/p}$.

Аналогичная задача для уравнения (1) в области Ω была изучена в работе [1].

Литература

1. *Салахитдинов М.С. Исломов Б.* Уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения. Ташкент: MUMTOZ SO'Z, 2009. 260 с.

КОРОТКИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ СУММЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

© Рахмонов З.Х.

Институт математики им. А. Джураева АН РТ (Таджикистан, Душанбе)
e-mail: zarullo-r@rambler.ru

Доклад посвящен поведению коротких тригонометрических сумм Г. Вейля вида

$$T(\alpha, x, y) = \sum_{x-y<m\leq x} e(\alpha m^n),$$

в больших дугах и их приложениям в тернарной проблеме Эстермана о представлении натурального числа $N > N_0$ в виде

$$p_1 + p_2 + m^k = N,$$

где p_1 и p_2 – простые числа, $m > 0$ – целое число, с условиями

$$\left|p_i - \frac{N}{3}\right| \leq H; \quad i = 1, 2, \quad \left|m^k - \frac{N}{3}\right| \leq H, \quad H \geq N^{\theta(k)}(\ln N)^{\nu(k)}.$$

При $k = 2, 3, 4$ в этой задаче доказаны [1-4] асимптотические формулы соответственно со следующими показателями:

$$\theta(k) = \begin{cases} 3/4, & \text{если } k = 2; \\ 5/6, & \text{если } k = 3; \\ 11/12, & \text{если } k = 4, \end{cases} \qquad \nu(k) = \begin{cases} 2, & \text{если } k = 2; \\ 3, & \text{если } k = 3; \\ 14, & \text{если } k = 4. \end{cases}$$

Литература

1. *Рахмонов З.Х.* Тернарная задача Эстермана с почти равными слагаемыми // Математические заметки. 2003. Т. 74, вып. 4. С. 564-572.

2. *Рахмонов З.Х.* Кубическая задача Эстермана с почти равными слагаемыми // Мат. заметки. 2014. Т. 95, вып. 3. С. 445-456.

3. *Рахмонов З.Х., Назрублоев Н.Н., Рахимов А.О.* Короткие суммы Г. Вейля и их приложения // Чебышевский сборник. 2015. Т. 16, вып. 1 (53). С. 23-247.

4. *Рахимов А.О.* Асимптотическая формула в проблеме Эстермана четвёртой степени с почти равными слагаемыми // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2015. Т. 58, № 9. С. 857-860.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ФУЛЛЕРИТА C_{70}

© Рехвиашвили С.Ш.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: rsergo@mail.ru

На основе результатов работ [1, 2] проведено моделирование термодинамических свойств фуллерита C_{70}. Получены следующие результаты.

1. Изохорная теплоемкость:

$$C_V = C_{V1} + C_{V2}, \tag{1}$$

$$C_{V1} = 9R\, y_1^2 \int_0^1 \frac{[\exp(-2xy_1) + 6\exp(-xy_1) + 1]\, \exp(-xy_1)\, x^4 dx}{[1 - \exp(-xy_1)]^2\, [1 + \exp(-xy_1)]^2},$$

$$C_{V2} = 630R\,y_2^2 \int_0^1 \frac{\exp(-xy_2)\,x^4dx}{[1-\exp(-xy_2)]^2},$$

$$y_i = \frac{\theta_i}{T}\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma_i} (i = 1,\,2),$$

где R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, θ_i и γ_i – характеристические температуры и аналоги параметра Грюнайзена, отвечающие колебательно-вращательной ($i = 1$) и внутримолекулярной ($i = 2$) модам, V – равновесный объем, V_0 – равновесный объем, соответствующий минимуму потенциальной энергии при $T = 0$.

2. Уравнение состояния:

$$p = \frac{B}{2}\left[\left(\frac{V_0}{V}\right)^5 - \left(\frac{V_0}{V}\right)^3\right] + \frac{\gamma_1 E_1 + \gamma_2 E_2}{V}, \tag{2}$$

$$E_1 = 9R\theta_1\left[\frac{3}{8} - \int_0^1 \frac{\exp\left(-xy_1\right)\,\left(3\exp\left(-xy_1\right)+1\right)\,x^3dx}{\exp\left(-2xy_1\right)-1}\right],$$

$$E_2 = 630R\theta_2\left(\frac{1}{8} - \int_0^1 \frac{\exp\left(-xy_2\right)\,x^3dx}{\exp\left(-xy_2\right)-1}\right),$$

где B – объемный модуль упругости. В рамках модели проведены численные расчеты, которые показали хорошее согласие с известными экспериментальными данными по теплоемкости и сжимаемости фуллерита C_{70}.

Литература

1. *Рехвиашвили С.Ш.* Модель термодинамических свойств фуллерита // ФТТ. 2013. Т. 55, № 7. С. 1422.

2. *Рехвиашвили С.Ш.* Уравнение состояния фуллерита С60 // ФТТ. 2017. Т. 59, № 4. С. 816.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВЫРОЖДЕННЫМ ВНЕШНИМ ПОЛЕМ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПОТОЧЕЧНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ

© Ризаев М.К.

Дагестанский государственный университет (Россия, Махачкала)
e-mail: rizaev.56@mail.ru

Для стабильных состояний квантовой системы имеет место стационарное уравнение Шредингера $H\Psi = E\Psi$, где Ψ – нормированная собственная функция, E – уровень энергии. Рассматривается частный случай, когда

$$H = -\frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{N}\Delta_i + \prod_{i=1}^{N} v_i(\vec{x}_i), \quad \vec{x}_i \in \mathbb{R}^3.$$

Импульсное представление оператора H имеет вид

$$\hat{H}\phi(x) = \frac{|\vec{x}|^2}{2m}\phi(\vec{x}) + \int_{\mathbb{R}^{3N}} \prod_{i=1}^{N} \hat{v}_i(\vec{x}_i - \vec{y}_i)\phi(\vec{y})d\vec{y},$$

где $|\vec{x}|^2 = \sum_{i=1}^{N}|\vec{x}_i|^2$, $\hat{v}_i$ – образ Фурье v, $\vec{x}$, $\vec{y} \in \mathbb{R}^{3N}$.

Операторы H и $\hat{H}$ унитарно эквиваленты, имеют один и тот же спектр, функции $\hat{v}_i$ удовлетворяют условиям $|\hat{v}_i(\vec{x}_i)| \leqslant C_0(1+|\vec{x}_i|)^{-\alpha_0}$, $\alpha_0 > 3$; $v_i(\vec{x}_i) = \overline{v_i(\overrightarrow{-x}_i)}$.

Исследуется дискретный отрицательный спектр оператора $\hat{H}$. В частности, обосновано следующее утверждение.

Теорема. *Если оператор* $\hat{H}$ *имеет дискретный отрицательный спектр, то он сосредоточен на сегменте* $[-(\pi\,\|v\|)^4;\, 0]$.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ МАГНИТОЖИДКОСТНЫХ МИКРОКАПЕЛЬ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТЕЙ ВЯЗКОСТИ И ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

© Романенко М.Г., Дроздова В.И., Шагрова Г.В.

Северо-Кавказский федеральный университет (Россия, Ставрополь)
email: drozdova@newmail.ru

В данной работе исследовано влияние сил различной природы на характер колебаний магнитожидкостных микрокапель с учетом зависимостей вязкости и поверхностного натяжения от температуры в переменном магнитном поле.

Для получения уравнения, позволяющего осуществить моделирование вынужденных колебаний магнитожидкостной микрокапли с учетом действия: инерционных сил: $\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q}$; поверхностных сил: $\frac{\partial E_\sigma}{\partial q}$; магнитных сил $\frac{\partial E_m}{\partial q}$ и сил вязкой диссипации $\frac{\partial \dot{E}_\eta}{\partial q}$, использован метод моделирования [1], на основе уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} = -\frac{\partial E_\sigma}{\partial q} - \frac{\partial E_m}{\partial q} - \frac{\partial \dot{E}_\eta}{\partial \dot{q}}, \tag{1}$$

где $T{=}\int_V \frac{(\rho_1+\rho_2/(2\cdot q))\vec{v}^2}{2}dV$ – кинетическая энергия, $\vec{v}$ – скорость, определяемая из уравнения Лапласа $\nabla^2\Phi = 0$, Φ – потенциал скорости, $E_\sigma = \sigma{\cdot}S$ – поверхностная энергия, $\sigma{\cdot}$– поверхностное натяжение, S – поверхность эллипсоидальной капли, определяемая на основе кинематического условия: $\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)S = 0$, $E_m = -V\mu_0\int_0^{H_0}\vec{M}dH$– энергия магнитного поля, $\dot{E}_\eta = \frac{-\eta}{2}\int_V\left(\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \vec{v}_j}{\partial x_i}\right)^2 dV$– скорость вязкой диссипации, q – обобщенная координата, представляющая собой отношение полуосей эллипсоида $q = a(t)/b(t), a(t) > b(t), \dot{q}$ – производная обобщенной координаты, η – вязкость капли.

В результате получено уравнение:

$$\frac{4\pi R^2}{135}\left(\rho_1 + \frac{\rho_2}{2}\right)\left(\ddot{q}\,(t)\left(q(t)^{-8/3} + 2q(t)^{-2/3}\right) - \frac{2}{3}\dot{q}\,(t)^2\left(2q(t)^{-11/3} + q(t)^{-5/3}\right)\right) +$$

$$+\frac{16}{9}\eta(T)\pi q(t)^{-2}\dot{q}(t) + \frac{\pi\sigma(T)q(t)^{1/3}}{3R\left(q(t)^2-1\right)}\left(\frac{q(t)^2-4}{\sqrt{q(t)^2-1}}\arcsin\left(\frac{\sqrt{q(t)^2-1}}{q(t)}\right) + 2q(t)^{-2} + 1\right) -$$

$$-\frac{2\pi\mu_0\left(\mu_i-\mu_e\right)^2 H^2\left(q(t)^2-1\right)^2}{\left(q(t)\left(\frac{\mu_i}{\mu_e}-1\right)\left(\ln\left(2q(t)^2 + 2q(t)\sqrt{q(t)^2-1} - 1\right) - 2\sqrt{1-q(t)^{-2}}\right) + 2\left(q(t)^2-1\right)^{3/2}\right)^2}$$

$$\times\frac{1}{3}\left[\left(\ln\left(2q(t)^2 + 2q(t)\sqrt{q(t)^2-1} - 1\right) - 2\sqrt{1-q(t)^{-2}}\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(2q(t)^2+1\right)\left(q(t)^2-1\right)^{-3/2} - 2q(t)^{-1}\right] = 0, \tag{2}$$

в котором вязкость и поверхностное натяжение являются функциями температуры.

С помощью уравнения (2) можно оценить влияние вязких, поверхностных и магнитных сил на характер колебаний магнитожидкостных микрокапель при различной температуре.

Литература

1. *Романенко М.Г.* Математическое моделирование динамики намагничивающихся капель: дис. ... канд. тех. наук. Ставрополь. 2011. 161 с.

О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

© Рузиев М.Х.

Институт математики им. В.И. Романовского АН РУз (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: mruziev@mail.ru

Рассмотрим уравнение

$$(\mathrm{sign\,y})|\mathrm{y}|^{\mathrm{m}}\mathrm{u_{xx}} + \mathrm{u_{yy}} + (\beta_0/\mathrm{y})\mathrm{u_y} = 0, \tag{1}$$

где $m > 0$, $1 < \beta_0 < (m+4)/2$, в области $D = D^+ \cup D^- \cup I$, где D^+ - первый открытый квадрант плоскости, D^-- конечная область четвертого квадранта плоскости, ограниченная характеристиками OC и BC уравнения (1), выходящими из точек $O(0,0)$ и $B(1,0)$, и отрезком OB прямой $y = 0$, $I = \{(x,y) : 0 < x < 1, y = 0\}$.

Задача. *Найти функцию $u(x,y)$ со свойствами:*

1) $u(x,y) \in C(\bar{D}\backslash\bar{I}_0) \cap C^2(D^+ \cup D^-)$ и удовлетворяет уравнению (1) в области $D^+ \cup D^-$;

2) $\lim\limits_{R\to\infty} u(x,y) = 0$, $R^2 = x^2 + \frac{4y^{m+2}}{(m+2)^2}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$;

3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$u(0,y) = \varphi(y)$,$y > 0$, $\lim\limits_{y\to+0} y^{\beta_0-1}u(x,y) = \tau_1(x)$, $\quad \forall x \in \bar{I}_1$,

$u|_{OC} = \psi(x)$, $0 < x \leq 1/2$, и условию сопряжения

$$\lim_{y\to+0} y^{2-\beta_0}\frac{\partial}{\partial y}(y^{\beta_0-1}u(x,y)) = \lim_{y\to-0}(-y)^{2-\beta_0}\frac{\partial}{\partial y}((-y)^{\beta_0-1}u(x,y)),\ x \in I,$$

где $\varphi(y)$, $\tau_1(x)$, $\psi(x)$ – заданные функции, причем $\lim\limits_{y\to+0} y^{\beta_0-1}u(0,y) = \varphi(0)$, $\lim\limits_{y\to-0}(-y)^{\beta_0-1}u|_{OC} = \psi(0)$, $\bar{I}_1 = \{(x,y) : 1 \leq x < \infty, y = 0\}$, $\bar{I}_0 = \{(x,y) : 0 \leq x < \infty, y = 0\}$.

С помощью принципа экстремума и методом интегральных уравнений доказаны единственность и существование решения исследуемой задачи. Отметим, что краевая задача для уравнения (1) при $m = 0$ и $0 < \beta_0 < 1$ в области D изучена в работе [1].

Литература

1. *Рузиев М.Х.* О нелокальной задаче для уравнения смешанного типа с сингулярным коэффициентом в неограниченной области // Известия вузов. Математика. 2010. № 11. С. 41-49.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ С УЧЕТОМ ЛОКАЛЬНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

© Рязанов В.И., Шаповалов А.В., Увижева Ф.Х., Шериева М.А.

Высокогорный геофизический институт (Россия, Нальчик)
e-mail: atajuk@mail.ru

В работе представлена трехмерная математическая модель распространения примесей в локальной области атмосферы с учетом фактических или прогнозных полей метеорологических параметров. Для получения прогностических полей метеорологических параметров используются данные Глобальной прогнозной системы (GFS). Реальные параметры облаков и воздушных потоков в локальной области контролируются доплеровским метеорологическим радиолокатором (ДМРЛ-С).

Модель включает систему уравнений гидротермодинамики для описания региональных атмосферных процессов, перенос многокомпонентных газовых примесей рассчитывается с учетом микрофизических процессов вымывания осадками и туманами.

Удаление микропримесей газов из воздуха осуществляется за счет различных механизмов. Они включают в себя абсорбцию и осаждение на поверхность земли, самоочищение в процессах образования облаков и туманов, вымывание осадками и т.д.

Исходной информацией для инициализации моделей являются метеорологическая информация и данные о характеристиках источника примесей.

Уравнение турбулентной диффузии решается методом расщепления.

Для расчета влажного вымывания примесей атмосферными осадками в модели используются данные радиолокационных наблюдений. С помощью метеорологических локаторов ДМРЛ-С в аэропортах через равные промежутки времени (10 мин) строятся карты распределения облаков и осадков на большой площади. Данные об интенсивности осадков позволяют рассчитывать поток примесей на поверхность земли в результате вымывания. Модель позволяет по реальным данным поля ветра и облачности в атмосфере рассчитывать распространение примесей от различных источников. Использование данных доплеровских ДМРЛ-С значительно улучшает анализ экологической обстановки в исследуемом районе.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ ДЛЯ ЛОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ С УЧЕТОМ ФАКТИЧЕСКИХ ИЛИ ПРОГНОЗНЫХ ПОЛЕЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

© Рязанов В.И.[1], Аджиева А.А.[2], Шаповалов В.А.[1]

[1]Высокогорный геофизический институт (Россия, Нальчик)
e-mail: wer55@inbox.ru, e-mail: vet555_83@mail.ru
[2]Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет им. В.М. Кокова (Россия, Нальчик)
e-mail: aida-adzhieva@mail.ru

Исследование распространения примесей в атмосфере весьма актуально для решения задач охраны окружающей среды. Эта проблема требует серьезного исследования, в частности, для локальных областей, регионов с широким спектром местных условий, со специфическими источниками примесей. Необходимость учета подобных условий в математических моделях обусловлена зачастую наличием особых характерных для мезорайона особенностей, которые весьма существенны для корректных оценок.

Разработанная нами модель включает систему уравнений гидротермодинамики для описания региональных атмосферных процессов [1], она описывает изменение со временем термодинамических характеристик атмосферы в расчетной области и распространение примесей. Исходной информацией для инициализации является метеорологическая информация и данные о характеристиках источника [2]. При создании информационных систем обеспечения метеорологической и экологической безопасности жизнедеятельности людей модели подобного уровня являются единственным доступным источником детального количественного анализа ситуации на фоне реальной картины распределения метеорологических параметров.

Литература

1. *Шаповалов В.А.* Численная модель переноса и диффузии консервативной легкой примеси при заданном поле скорости ветра // Научно-практ. конф. “Проблемы информатизации общества и образования”. Нальчик, 2004. С. 52-54.

2. *Кагермазов А.Х.* Валидация выходных данных Глобальной Системы Прогнозов GFS (Global Forecasts System) с результатами аэрологического зондирования // Известия КБНЦ РАН. 2014. Т. 59, № 3. С. 32-36.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОРОСТИ ВОЛНЫ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

© Садриддинов П.Б.

Институт математики им. А. Джураева АН РТ (Таджикистан, Душанбе)
e-mail: Parviz06@list.ru

Доклад посвящен исследованию стационарной структуры волны фильтрационного горения несжимаемого газа в двухтемпературной и одномерной моделях [1], в которых пренебрегается диффузией недостающего компонента и теплопроводностью в газовой фазе, который является продолжением работ [2-4]. Математическая модель состоит из уравнения энергии твердой и газовой фаз, а также уравнения сохранения массы недостающего компонента газовой фазы.

Далее для определения зависимости скорости от определяющих параметров используется метод работы [5]. Расчетная скорость анализируется с учетом изменения скорости вдува газа и влияния различных физико-химических параметров.

Литература

1. *Лаевский Ю.М., Бабкин В.С.* В сб. Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Н.: Наука. Сибирское отделение, 1988. 286 с.

2. *Кабилов М.М., Садриддинов П.Б.* Исследование процесса распространения фронта фильтрационного горения газов // Доклады АН РТ. 2010. Т. 53, № 4. С. 272-278.

3. *Садриддинов П.Б.* Приближенное определение скороти фронта фильтрационного горения газов в инертной пористой среде // Доклады АН РТ. 2010. Т. 53, № 1. С. 28-33.

4. *Садриддинов П.Б.* Определение скорости фронта фильтрационного горения газов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2015. № 1-4 (168). С. 17-20.

5. *Новожилов Б.В.* Скорость распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Доклады АН СССР. 1961. Т. 141, № 1. С. 151-153.

ЛОКАЛЬНО-ОДНОМЕРНАЯ СХЕМА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ, УЧИТЫВАЮЩИМ ЭФФЕКТЫ ПАМЯТИ

© Саиег Т.Х.[1], Шхануков-Лафишев М.Х.[2]

[1]Северо-кавказский государственный университет (Россия, Ставрополь)
e-mail: Dr.timor@mail.ru
[2]Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: lafishev@yandex.ru

Многие процессы в сложных системах обладают нелокальностью и характеризуются долгосрочной памятью. Подобные задачи встречаются в теории распространения волн в релаксирующих средах ([1, стр. 86]). В данной работе рассматривается локально-одномерная схема для уравнения параболического типа с нелокальным источником, когда решение зависит от значения t во все предшествующие времена.

В цилиндре $Q_T = G \times (0, T]$, основанием которого является прямоугольный параллелепипед $G = \{x = (x_1, x_2, ..., x_p) : 0 < x_\alpha < l_\alpha, \alpha = 1, 2, ..., p\}$ с границей Γ, рассматривается задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + f(x,t), \quad (x,t) \in Q_T,$$

$$u|_\Gamma = 0, \; u(x,0) = u_0(x), \; 0 \le t \le T,$$

где $L_\alpha u = \sum\limits_{\alpha=1}^{p} L_\alpha u, \;\; L_\alpha u = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right) - \frac{1}{p}\int\limits_0^t K(x,t,\tau)u(x,\tau)d\tau,$

$$0 < c_0 \le k_\alpha(x,t) \le c_1, \; |K(x,t,\tau)| \le c_2.$$

Для решения соответствующей разностной задачи получена оценка [2]

$$\|y^{j'+1}\|^2_{L_2(\omega_h)} + \sum_{j'=0}^{j}\tau\sum_{\alpha=1}^{p}\|y_{\bar{x}\alpha}^{j'+\frac{\alpha}{p}}]|^2_{L_2(\omega_h)} \le$$

$$\le M(t)\left(\sum_{j'=0}^{j}\tau\sum_{\alpha=1}^{p}\|\varphi^{j'+\frac{\alpha}{p}}\|^2_{L_2(\omega_h)} + \|y^0\|^2_{L_2(\omega_h)}\right),$$

откуда следует сходимость схемы со скоростью $O(|h|^2 + \tau)$, $|h|^2 = \sum\limits_{\alpha=1}^{p} h_\alpha^2$.

Литература

1. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979. 382 с.

2. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 656 с.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

© Сайдаматов Э.М.[1], Шералиев Ш.Н.[2]

Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова (Узбекистан, Ташкент)

[1]e-mail: saydamatov@mail.ru, [2]e-mail: shuhrat2500@mail.ru

Рассматривается задача Коши для неоднородного уравнения вида

$$D_*^{\alpha_2}u(t,x)+A_1(D_x)D_*^{\alpha_1}u(t,x)+A_0(D_x)u(t,x) = f(t,x),\ t>0,\ \ x\in R^n,$$

$$u(0,x) = \varphi_0(x),\ \ u_t(0,x) = \varphi_1(x),$$

где $D_*^{\alpha_1}$, $0<\alpha_1<1$; $D_*^{\alpha_2}$, $1<\alpha_2<2$ – операторы дробного дифференцирования в смысле Капуто [1]; $A_1(D_x)$ и $A_0(D_x)$ - псевдодифференциальные операторы с аналитическими в некоторой области $G\subseteq R^n$ символами $A_1(\xi)$ и $A_0(\xi)$ соответственно; $D_x = (D_1,...,D_n)$, $D_j = -i\,\frac{\partial}{\partial x_j}$, $j=1,...,\ n$; $f(t,x)$, $\varphi_0(x)$ и $\varphi_1(x)$ – заданные функции.

Рассмотрим соответствующее однородное уравнение

$$D_*^{\alpha_2}u(t,x) + A_1(D_x)D_*^{\alpha_1}u(t,x) + A_0(D_x)\,u(t,x) = 0,\ t>0,\ \ x\in R^n.$$

Пусть $\chi(s,\xi) = s^{\alpha_2} + A_1(\xi)s^{\alpha_1} + A_0(\xi)$ – характеристическая функция этого уравнения. Применяя последовательно преобразование Фурье по переменной $x\in R^n$, затем преобразование Лапласа по переменной $t>0$, и используя преобразование Лапласа для дробной производной [1]

$$L[D_*^{\alpha}u(t)](s) = s^{\alpha}L[u(t)](s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1}u^{(k)}(0),\ m-1<\alpha<m,\ m\in N,$$

где $L\left[u(t)\right](s) \equiv \tilde{u}(s)$ обозначает преобразование Лапласа, получим

$$\tilde{u}(s,\xi) = \frac{s^{\alpha_2-1} + A_1(\xi)\, s^{\alpha_1-1}}{\chi(s,\xi)}\, u(0,\xi) + \frac{s^{\alpha_2-2}}{\chi(s,\xi)}\, u_t(0,\xi).$$

Теорема. *Решение задачи Коши существует, единственно и представимо в виде*

$$u(t,x) = L^{-1}\left[\frac{s^{\alpha_2-1}] + A_1(D_x)s^{\alpha_1-1}}{\chi(s,D_x)}\right](t)\varphi_0(x)+$$

$$+L^{-1}\left[\frac{s^{\alpha_2-2}}{\chi(s,D_x)}\right](t)\varphi_1(x) + \int\limits_0^t L^{-1}\left[\frac{s^{\alpha_2-2}}{\chi(s,D_x)}\right](t-\tau)D_+^{2-\alpha_2}f(\tau,x)d\tau,$$

где L^{-1} – оператор обратного преобразования Лапласа, D_+^{α}, $0<\alpha<1$ – оператор дробного дифференцирования в смысле Римана–Лиувилля [2].

Литература

1. *Gorenflo R., Mainardi F.* Fractional Calculus: Integral and Differential Equations of Fractional Order // Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics. Springer Verlag-Wien and New York. 1997. Pp. 223-276.
2. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: 1987. 688 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЕСПЕЧЕНИЯ СТАНЦИЙ СКОРОЙ МЕДИЦИНСКОЙ ПОМОЩИ САНИТАРНЫМ ТРАНСПОРТОМ

© Саломова М.Б.

Таджикский национальный университет (Таджикистан, Душанбе)
e-mail: mohirasalomova@gmail.com

В настоящее время станции и отделения скорой медицинской помощи Республики Таджикистан в своей работе нормативами 2010 г. из расчёта 1 санитарная машина на 10 тысяч населения без учета географической особенности рельефа и плотности проживания населения. Следующая постановка более отвечает современным требованиям.

Постановка задачи. Пусть в регионе с численностью населения N человек, состоящем из p населенных пунктов, в течение года осуществилось V вызовов. Требуется определить M – число автомашин СМП, необходимых региону с характеристиками:

- число станций медицинский помощи (СМП) — k ;
- i – я СМП обслуживает p_i населенных пунктов, $1 \leq i \leq k$, т.е. $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = p$;
- численность населения j-го населенного пункта, $i \leq j \leq\ p_i$, который обслуживается i-ой СМП – n_{ij}, следовательно, $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p_i} n_{ij} = N$;
- количество вызовов от j-го населенного пункта, $1 \leq j \leq p_i$, который обслуживается i-ой СМП – v_{ij}, следовательно, V_i – количество вызовов, которые обслуживаются i-ой СМП равно $k\sum_{j=1}^{p_i} v_{ij} = V_i$;
- количество вызовов с госпитализацией от j-го населенного пункта, $1 \leq j \leq\ p_i$, который обслуживается i-ой СМП – v_{ij}^{g};
- количество вызовов без госпитализации от j-го населенного пункта, $1 \leq j \leq\ p_i$, который обслуживается i-ой СМП – v_{ij}^{bg};
- t_{ij} – время (в мин) обслуживания больного из j-го населенного пункта, $1 \leq j \leq p_i$, который обслуживается i-ой СМП.

Поэтому $N = N_1 + N_2 + \ldots + N_k$, $V = V_1 + V_2 + \ldots + V_k$, и указанные выше населенные пункты образуют k – групп, распределенных по подстанциям. В основу ***алгоритма*** положено определение затрат общего времени машин i – го пункта СМП для обслуживания j – го населенного пункта, прикреплённого к этой станции ($1 \leq i \leq k$, $1 \leq j \leq p_i$), в течение года.

О РЕШЕНИИ ОДНОГО НАГРУЖЕННОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЯДРОМ «ПЭ» ФУНКЦИИ ВЕЙЕРШТРАССА

© Сафаров Д.С.

Курган-Тюбинский государственный университет
(Таджикистан, Курган-Тюбе)
e-mail: safarov-5252@mail.ru

Пусть

$$\omega(z) = z + m_1 h_1 + m_2 h_2;\ m_1, m_2 = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

где h_1, h_2- отличные от нуля основные периоды двоякопериодической группы P, такие что $Im(h_2/h_1) \neq 0$. Обозначим через Ω параллелограмм периодов, содержащий начало координат.

Известно, что эллиптические функции с периодами h_1, h_2 образуют некоторое поле K и функции Вейерштрасса $\wp(z), \wp'(z)$ – суть образующие этого поля [1].

В области Ω с вершинами $u_0, u_0 + h_1, u_0 + h_1 + h_2, u_0 + h_2$ рассмотрим интегральное уравнение вида

$$\rho(z) - qS_\zeta \rho(z) + a(z)\rho(z_0) = f(z), \tag{1}$$

где $\rho(z) = \rho_1(x, y) + i\rho_2(x, y)$ – искомая, q, z_0 – постоянные, причем $|q| < 1$ и $z_0 \in \Omega, a(z), f(z)$ – заданные двоякопериодические функции с периодами h_1, h_2,

$$S_\zeta \rho(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_\Omega \wp(t)\wp(t - z)d_t\Omega, \tag{2}$$

$$\wp(z) = -\zeta'(z), \quad \zeta(z) = \frac{1}{z} + \sum_{h \neq 0} (\frac{1}{z - h} + \frac{1}{h} + \frac{z}{h^2}),$$

$h = m_1 h_1 + m_2 h_2,\ m_1, m_2 = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

Сингулярный интеграл существует в смысле главного значения по Коши и интегральное уравнение (1) в общем случае при $a \equiv 0$ исследовано в [2]. Нагруженные уравнения с их применениями изучены в монографии А.М. Нахушева [3].

Обозначим через H_*^α пространство двоякопериодических функций с периодами h_1, h_2, непрерывных по Гельдеру в $\overline{\Omega}$ с показателем $\alpha, 0 < \alpha \leq 1$. Через $C_*^{1+\alpha}$ – пространство двоякопериодических функций, частные производные которых непрерывны по Гельдеру в $\overline{\Omega}$.

Теперь при условии $a(z), f(z) \in H_*^\alpha$ будем искать решение уравнения (1) из класса H_*^α, удовлетворяющее условию

$$\iint_\Omega \rho(z)d\Omega = 0. \tag{3}$$

Если $\rho(z)$ – решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (3), то функция [2]

$$w(z) = T_\zeta \rho = -\frac{1}{\pi} \iint_\Omega \rho(t)\wp(t - z)d_t\Omega \in C_*^{1+\alpha},$$

и является решением уравнения

$$w_{\overline{z}} - qw_{\overline{z}} + a(z)w_{\overline{z_0}}(z) = f(z). \tag{4}$$

Обратно, если $w(z) \in C_*^{1+\alpha}$ – решение этого уравнения, то функция $\rho(z) = w_{\overline{z}}(z)$ удовлетворяет уравнению (1).

Интегрируя уравнение (4) по области Ω, в силу формулы Грина находим необходимое условие разрешимости

$$a_0 w_{\overline{z}}(z_0) = f_0,\ a_0 = \iint_{\Omega} a(z)d\Omega,\ f_0 = \iint_{\Omega} a(z)d\Omega.$$

Если $a_0 \neq 0$, то уравнение (4) примет вид

$$w_{\overline{z}} - qw_{\overline{z}} + a(z)F_0 = f(z), \quad F_0 = \frac{f_0}{a_0}. \tag{5}$$

Тогда решение уравнения (1) представимо в виде

$$\rho(z) = \frac{1}{1-|q|^2}(f(z) - F_0 a(z_0) + q(1-|q|^2)\widetilde{S}_{\zeta}(f(z) - F_0 a(z_0)), \tag{6}$$

где $\widetilde{S}_{\zeta}F$ – интегральный оператор вида

$$\widetilde{S}_{\zeta}F = -\frac{1}{\pi}\iint_{\Omega} F(t)\wp(t + q\overline{t} - (z + q\overline{z}))d\Omega.$$

Подставляя в (6) $z = z_0$, находим постоянное F_0. Все решения уравнения (5) из класса $C_*^{1+\alpha}$ выписаны в работе [4].

Итак, доказана

Теорема. *Пусть $a_0 \neq 0$ и решение (1) в точке z_0 принимает значения F_0. Тогда при выполнение условия*

$$1 + Ba(z_0) \neq 0,$$

где $Ba(z_0) = \frac{a(z_0)}{1-|q|^2} + q(1-|q|^2)\widetilde{S}_{\zeta}a(z_0)$, решение уравнения (1) удовлетворяющее условию (3) представимо в виде (6), в котором

$$F_0 = Bf(z_0)(1 + Ba(z_0))^{-1}.$$

Если $1 + Ba(z_0) = 0$, то уравнение (1) разрешимо лишь при выполнении условия вида

$$Bf(z_0) = 0.$$

Литература

1. *Курант Р.* Теория функций. М.: 1968.

2. *Сафаров Д.С.* Периодические решения эллиптической системы первого порядка // Дифференциальные уравнения. 1981. Т. 17, № 8. С. 1486-1477.

3. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и его применения. М.: Наука, 2012.

4. *Сафаров Д.С.* Двоякопериодические решения равномерно эллиптической системы первого порядка // Доклады академии наук. 2010. Т. 430, № 4. С. 454-456.

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЦИФРОВОГО ТОМОСИНТЕЗА НА ТЕЛЕУПРАВЛЯЕМОМ СТОЛЕ-ШТАТИВЕ «КОСМОС-Д» ООО «СЕВКАВРЕНТГЕН-Д»

© Синютин С.А.[1], Беляев А.О.[1], Апеков А.М.[2], Алиханов А.А.[2], Пономаренко Р.Н.[1], Коков З.А.[3],

[1]Южный федеральный университет (Россия, Таганрог)
e-mail: ssin@mail.ru, e-mail: alexysob@gmail.com, e-mail: r_ponomarenko@sjrz.ru
[2]Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН (Россия, Нальчик)
e-mail: aslkbsu@yandex.ru, e-mail: alikhanov-tom@yandex.ru
[3]Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова (Россия, Нальчик)
e-mail: zak@kbsu.ru

Одним из наиболее информативных методов медицинской интроскопии является томографический метод, основанный на математических алгоритмах восстановления изображений по многочисленными проекционным данным [1-3]. При практической реализации рентгеновского аппарата могут возникать ситуации, когда технически невозможно получить полный набор проекционных данных. В этом случае оправдано применение алгоритмов цифрового томосинтеза, в основе которого лежит схема многоракурсного просвечивания объекта, предусматривающая получение двумерных рентгенограмм объекта и восстановление его внутренней структуры путем решения системы интегральных проекционных уравнений [3-4].

В докладе подробно рассматриваются математические и технические особенности реализации метода рентгеновской томографии в задачах с ограниченным набором проекционных данных. Для телеуправляемого рентгеновского стола-штатива “Космос-Д” ООО “Севкаврентген-Д” предложена оптимальная схема сканирования, в которой рентгеновская трубка и планарный детектор перемещаются синхронно в параллельных плоскостях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках постановления Правительства Российской Федерации №218.

Литература

1. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проекциям. М.: Мир, 1983. 352 с.
2. *Календер В.* Компьютерная томография. М.: Техносфера, 2006. 344 с.
3. *Венгринович В.Л., Золотарев С.А.* Итерационные методы томографии. Минск: Изд-во Беларуская навука, 2009. 227 с.
4. *Гурджиев С.Н., Новиков В.П., Соколов С.Н.* Томосинтез на флюорографическом цифровом аппарате “Флюоро-ПроГраф-РП” // Медицинская техника. 2013. № 5 (281). С. 17-21.

ДРОБНЫЕ СТЕПЕНИ ОПЕРАТОРА БЕССЕЛЯ

© Ситник С.М.

Воронежский институт МВД России (Россия, Воронеж)
e-mail: mathsms@yandex.ru

В работе рассматриваются дробные степени дифференциального оператора Бесселя

$$B_\nu = D^2 + \frac{\nu}{x} D, \quad \nu \geq 0, \quad D := \frac{d}{dx}. \tag{1}$$

Этот оператор играет существенную роль в теории дифференциальных уравнений с частными производными, так как является радиальной частью оператора Лапласа, а также входит в различные классы уравнений, которые называются в терминологии И.А. Киприянова “B – эллиптическими”, “B – гиперболическими”, “B – параболическими”, или иногда “уравнениями Лапласа – Бесселя”. Дробные степени оператора Бесселя изучаются во многих работах, но в подавляющем большинстве работ определяются неявно в терминах их действия в образах преобразования Ханкеля.

В докладе рассматриваются явные реализации дробных степеней оператора Бесселя как интегральных операторов со специальными функциями в ядрах [1]-[3]. Они являются обобщениями операторов дробного интегродифференцирования Римана–Лиувилля. Рассматриваются явные представления дробных степеней, обобщённая формула Тэйлора, представление резольвенты, действие в образах преобразования Ханкеля, полугрупповое свойство, применение к различным дифференциальным уравнениям дробного порядка.

Литература

1. *Shishkina E.L., Sitnik S.M.* On fractional powers of Bessel operators // Journal of Inequalities and Special Functions. (Special issue To honor Prof. Ivan Dimovski's contributions). 2017. Т. 8, № 1. С. 49-67.

2. *Ситник С.М.* О явных реализациях дробных степеней дифференциального оператора Бесселя и их приложениях к дифференциальным уравнениям // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2010. Т. 12, № 4. С. 73-78.

3. *Ситник С.М.* Дробное интегродифференцирование для дифференциального оператора Бесселя // Материалы международного Российско–Казахского симпозиума "Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики". Нальчик-Эльбрус, 2004. С. 163-167.

О ГРУППАХ С КОНЕЧНЫМ РЕГУЛЯРНЫМ АВТОМОРФИЗМОМ ЧЕТНОГО ПОРЯДКА

© Созутов А.И.

Сибирский федеральный университет (Россия, Красноярск)
e-mail: sozutov_ai@mail.ru

Совместно с Е.Б. Дураковым доказана следующая

Теорема 1. *Пусть G — группа, $i, a \in G$, $|i| = 2$, $|a| > 2$, $H = C_G(i)$ и для любого $g \in G \setminus H$ подгруппа $L_g = \langle i, a^g \rangle$ конечна и является группой Фробениуса с ядром, не содержащим элементы i и a^g. Тогда инволюция i конечна и изолирована в G, $a, i \notin [i, G]$ и $G = [i, G]H$.*

Инволюция i называется *изолированной* в группе G, если для каждого элемента $g \in G$ коммутатор $[i, g] = ig^{-1}ig$ имеет нечетный порядок [1].

Основная гипотеза: *Если подгруппа $H \cap [i, G]$ локально конечна, то и группа $[i, G]$ локально конечна.*

В случае когда $|a| = 4$ [2], получаем вопрос 12.100 П.В. Шумяцкого из [3]. Случай $|a| = p$, p – нечетное простое число, приводит к вопросу В.П. Шункова 6.56 [3] с дополнительным ресурсом в виде автоморфизма i порядка 2:

Теорема 2. *Если при условиях теоремы 1 $|a| = p$ – простое нечетное число и для любого элемента $h \in H \cap [i, G]$ подгруппа $\langle a, a^h \rangle$ конечна, то $[i, G] \leftthreetimes \langle a \rangle$ – периодическая группа Фробениуса с ядром $[i, G]$ и неинвариантным множителем $\langle a \rangle$, при этом для любого элемента $f \in [i, G]$ подгруппа $\langle a, f \rangle$ конечна.*

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 15-01-04897-а.

Литература

1. *Sozutov A. I., Durakov E. B.* On groups with isolated involution // Siberian Mathematical Journal. 2014. Vol. 55, № 4. Pp. 706-714.

2. *Созутов А.И., Журтов А.Х.* О периодических группах с регулярным автоморфизмом порядка 4 // Тез. докл. Международ. конф. "Мальцевские чтения". Новосибирск, 2016. С. 106.

3. Коуровская тетрадь: Нерешенные вопросы теории групп. Новосибирск, 1992.

РАЗМЕРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В НАНОКАПИЛЛЯРЕ

© Сокуров А.А.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: asokuroff@gmail.com

Одним из новых динамично развивающихся разделов современной физики, имеющим важное практическое значение, является нанофлюидика. Нанофлюидика изучает поведение жидкостей внутри малоразмерных структур нанометровых масштабов, например, внутри нанокапилляров и нанопор [1]. Такого рода состояния характеризуются существенным изменением физико-химических свойств жидкостей, в частности, термодинамических параметров. Как известно, одним из основных термодинамических характеристик раздела фаз является поверхностное натяжение, которое проявляет размерный эффект. В настоящей работе с использованием аналога дифференциального уравнения Гиббса–Толмена–Кенига–Баффа [2] исследуется размерная зависимость поверхностного натяжения жидкости в нанокапилляре. На основе полученных результатов рассматривается вопрос об образовании конуса Тейлора [3] в жидкости из нанокапилляра.

Литература

1. *Богомолов В.Н.* Жидкости в ультратонких каналах // УФН. 1978. Т. 124, № 1. С. 171-182.

2. *Рехвиашвили С.Ш., Киштикова Е.В.* О размерной зависимости поверхностного натяжения // ЖТФ. 2011. Т. 81, № 1. С. 148-152.

3. *Шевченко С.И., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Электрогидродинамическое распыление жидкости // Научное приборостроение. 1991. Т. 1, № 4. С. 3-21.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ 0-УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ С СУММАРНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА УПРАВЛЕНИЕ

© Сотволдиев А.И.

Ташкентский финансовый институт (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: akmal.sotvoldiyev@mail.ru

Рассматривается линейная дискретная управляемая система

$$z(t+1) = Az(t) + Bu(t), \tag{1}$$

где $z \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, t-номер шага, A, B – постоянные матрицы соответствующих размерностей, u – параметр управления.

Последовательность $u(\cdot) : N \to \mathbb{R}^m$, удовлетворяющая условию

$$\|u(\cdot)\| = \left(\sum_{t=0}^{\infty} |u(t)|^p\right)^{1/p} \le \rho, \quad \rho > 0, \tag{2}$$

называется управлением, где N – множество неотрицательных целых чисел и $p > 1$.

Условия (2), являющиеся дискретными аналогами интегральных ограничений, естественно назвать суммарными ограничениями. Целью задачи управления в системе (1), является осуществление равенства $z(t) = 0$ при некотором t.

Упростим вид системы (1) посредством невырожденного линейного преобразования. Ясно, что понятия 0-управляемости инвариантно относительно таких преобразований. Исходя из этого будем считать, что после линейной замены в системах (1) матрица коэффициентов приняла действительную жорданову форму

$$A = \operatorname{diag}\{\mathrm{I}_1, \mathrm{I}_2, \dots, \mathrm{I}_\tau, \mathrm{K}_1, \mathrm{K}_2, \dots, \mathrm{K}_\eta\},$$

где I_j – клетки, соответствующие собственным числам, отличным от 0, а K_j – клетки, соответствующие нулевым собственным числам (если таковые имеются, разумеется). Теперь систему (1) можно записать в виде

$$\begin{aligned} x(t+1) &= A_1x(t) + B_1u(t), \qquad x \in \mathbb{R}^q, \\ y(t+1) &= A_2y(t) + B_2u(t), \qquad y \in \mathbb{R}^{n-q}, \end{aligned} \tag{3}$$

при этом все собственные числа действительной матрицы A_1, составленной из клеток I_α, отличны от нуля, а все собственные числа действительной матрицы A_2, составленной из клеток типа K_j, равны нулю. Размерности этих матриц равны $q \times q$ и $(n-q) \times (n-q)$ соответственно, а размерности B_1 и B_2 – $q \times m$ и $(n-q) \times m$ соответственно.

Лемма 1 [2]. *Пусть $z_0 = (x_0, y_0)$ – произвольное начальное состояние. Предположим, что существует управление $\bar{u}(t)$, $t = 0,\ 1,\ \ldots,\ t_* - 1$, такое, что для соответствующей траектории $z(\cdot) = (x(\cdot),\ y(\cdot))$ системы (1) окажется $x(t_*) = 0$. Если управление $\bar{u}(t)$ продолжить для $t = t_*,\ t_* + 1,\ \ldots,$ полагая $\bar{u}(t) = 0$, то $z(t_* + n - q) = 0$.*

Прежде всего отметим, что в [3, теорема 2] доказана следующая

Теорема 1. *Если B – единичная $(n \times n)$ - матрица и все собственные числа матрицы A по модулю не превосходят единицы, то система (1) 0-управляема в целом.*

Теорема 2. *Система (1) 0-управляема в целом тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия:*

а) все собственные числа матрицы A по модулю не превосходят единицы;

б) система (3) управляема по Кальману [1], т.е.

$$\operatorname{rank} \left\| B_1,\ A_1B_1,\ \ldots,\ A_1^{q-1}B_1 \right\| = q.$$

Литература

1. *Ли Э.Б., Маркус Л.* Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 576 с.
2. *Азамов А.А., Кучкаров А.Ш.*О задачах управляемости и преследования в линейных дискретных системах // Известия РАН: Теория и системы управления. 2010. № 3. С. 21-26.
3. *Ибрагимов Г.И.* О задачах линейной дискретной игры преследования // Мат. заметки. 2005. Т. 77, № 5. С. 707-718.

О ПОЛОЖИТЕЛЬНОСТИ РЕШЕНИЙ ЦЕПОЧКИ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ, АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ НЕЛИНЕЙНУЮ ЗАДАЧУ ТРАНСПОРТА НАНОСОВ

© Сухинов А.И.[1], Сидорякина В.В.[2]

[1]Донской государственный технический университет
(Россия, Ростов-на-Дону)
e-mail: sukhinov@gmail.com
[2]Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал) «РГЭУ» (РИНХ)
(Россия, Таганрог)
e-mail: cvv9@mail.ru

В работе, следуя [1], рассматривается уравнение транспорта наносов, которое в дивергентном виде можно записать:

$$(1-\varepsilon)\frac{\partial H}{\partial t} + \operatorname{div}(k\cdot\vec{\tau}_b) = \operatorname{div}\left(k\frac{\tau_{bc}}{\sin\varphi_0}\operatorname{grad} H\right), \qquad (1)$$

где $H = H(x,y,t)$ – глубина водоема; ε – пористость донных материалов; $\vec{\tau}_b$ – вектор касательного тангенциального напряжения на дне водоема; τ_{bc} – критическое значение тангенциального напряжения, $\tau_{bc} = a\sin\varphi_0$, φ_0 – угол естественного откоса грунта в водоеме; $k = k(H,x,y,t)$ – коэффициент, нелинейным образом зависящий от частных производных по пространственным переменным функции $H = H(x,y,t)$.

Уравнение (1) дополняется начальными и граничными условиями Дирихле, которые предполагаются положительными с запасом.

Осуществим линеаризацию указанной начально-краевой задачи, используя равномерную временную сетку $\omega_\tau = \{t_n = n\tau, n = 0,1,\ldots,N,\ N\tau = T\}$. Линеаризацию члена $\operatorname{div}\left(k\frac{\tau_{bc}}{\sin\varphi_0}\operatorname{grad} H\right)$ выполним путем выбора их значений в момент времени $t = t_n$, $n = 0,1,\ldots,N$ и рассмотрения уравнения (1) на временном промежутке $t_n < t \leqslant t_{n-1}$, $n = 0,1,2,\ldots,N-1$.

Авторами определены достаточные условия, при которых решение построенной линеаризованной задачи существует, единственно, положительно и принадлежит классу функций $C^2(Ц_T)\cap C(Ц_T)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 15-01-08619 и 15-07-08626) и при финансовой поддержке по проекту № 00-16-13 в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № I.33П.

Литература

1. *Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A.* Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs // Mathematical Models and Computer Simulations. 2014. Vol. 6, № 4. Pp. 351-363.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ СИСТЕМ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ДВОЙНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

© Тахиров А.Ж.

Национальный университет Узбекистана (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: inter_uz@yahoo.com

Известно, что нелинейные параболические системы описывают большое число различных физических процессов. Например, процесс горения в среде с нелинейной теплопроводностью может сопровождаться образованием нестационарных диссипативных структур [1].

Эффективный метод исследования подобных задач состоит в построении подходящих автомодельных решений. Они имеют простую пространственно-временную структуру и дают всю необходимую информацию об асимптотическом развитии процесса.

В заметке в области $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^n\}$ рассматривается задача Коши

$$u_t = div(|x|^k u^{m_1-1}|\nabla u|^{p-2}\nabla u) - \gamma(t)u^{\beta_1}v^{\gamma_1},$$

$$v_t = div(|x|^k v^{m_2-1}|\nabla v|^{p-2}\nabla v) - \gamma(t)u^{\beta_2}v^{\gamma_2},$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, v(0, x) = v_0(x) \geq 0, x \in R^n,$$

где $k \in R$, $p > 2$, $m_i > 1$, β_i, $\gamma_i \geq 1(i = 1, 2)$, $0 < \gamma(t) \in C(0, +\infty)$.

Сначала определяются условия разрешимости задачи в целом [2]. Затем с помощью метода, основанного на анализе семейства автомодельных решений системы, определим ограничения на параметры задачи, при которых она всегда глобально разрешима при произвольных начальных функциях u_0, v_0, и установим условие отсутствия эффекта локализации режимов с обострением в задаче Коши.

Литература

1. *Самарский А.А. и др.* Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 480 с.

2. *Aripov M.M., Sadullaeva S.A.* Qualitative properties of solutions of a doubly nonlinear reaction-diffusion system with a source // Journal of Applied Mathematics and Physics. 2015. № 3. С. 1090-1099.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ТИПА РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ

© Тахиров Ж.О.

Институт математики АН РУз (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: prof.takhirov@yahoo.com

Базовой моделью синергетики является система нелинейных параболических уравнений типа реакция-диффузия.

Одна из компонент системы обычно играет роль активатора, скорость наработки которого увеличивается по мере роста его концентрации. Второе вещество (ингибитор) препятствует росту концентрации активатора.

Примером могут служить задача о тепловом самовоспламенении, задача о распространении пламени [1], динамика свертывания крови [2] и др. (см.напр.[3]).

В области $D = \{(t,x) : -l < x < l, 0 < t \le T\}$ *найти функции* $u(t,x)$, $v(t,x)$, *удовлетворяющие системе уравнений*

$$u_t = (a_1(u,v)u_x)_x + f_1(u,v), (t,x) \in D,$$

$$v_t = (a_2(u,v)v_x)_x + f_2(u,v), (t,x) \in D,$$

а также начальным и граничным условиям

$$u(0,x) = u_0(x), v(0,x) = v_0(x),\ -l \le x \le l,$$

$$u(t,-l) = 0, u(t,l) = m_1 u(t,l_0),\ 0 \le t \le T,$$

$$v(t,l) = 0, v(t,-l) = m_2 v(t,-l_0),\ 0 \le t \le T,\ 0 < t_0 < l.$$

Здесь a_i, f_i – определены, непрерывны и ограничены в любом замкнутом множестве своих аргументов.

Далее при определенных ограничениях на заданные функции доказаны теоремы единственности и существования решения. При этом сначала устанавливаются априорные оценки норм Гельдера, а затем применяется принцип Шаудера.

Литература

1. *Зельдович К.Б.* К теории распространения пламени // Журнал физ. химии. 1948. Т. 22, № 1. С. 27-48.
2. *Атауллханов Ф.И. и др.* Прост. аспекты динамики свертывания крови. Феноменологическая модель // Биофизика. 1994. Т. 39, № 1. С. 97-104.
3. *Kim K. etc.* Global existance and blowup of solutions to a free boundary problem with mutualistic model // Science China Mathematics. 2010. Vol. 53, № 8. С. 2085-2095.

ЭРЕДИТАРНОЕ УРАВНЕНИЕ РИККАТИ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПЕРЕМЕННОГО ПОРЯДКА

© Твердый Д.А.

Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга
(Россия, Петропавловск-Камчатский)
e-mail: romanparovik@gmail.com

В этой работе предложено обобщение уравнения Риккати, рассмотренного в статье [1], в случае переменного дробного порядка производной. Рассмотрена следующая задача Коши:

$$\partial_{0,t}^{\alpha(t)} u(\tau) + u^2(t) - 1 = 0, u(0) = \phi, 0 < \alpha(t) < 1, \tag{1}$$

где $\partial_{0,t}^{\alpha(t)} u(\tau) = \dfrac{1}{\Gamma(1-\alpha(t))} \int\limits_0^t \dfrac{\dot{u}(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{\alpha(t)}}$, $\Gamma(1-\alpha(t))$ – гамма-функция, $t \in [0, T]$, $T > 0$, ϕ – константа.

Задача Коши (1), с помощью аппроксимации, была сведена к дискретному аналогу [2]. Далее реализация численного алгоритма сводилась к решению системы квадратных уравнений. Выбирая порядок дробной производной как некоторую функцию от времени, было построено семейство расчетных кривых, а также фазовые траектории. Были получены новые режимы распределений, которые зависят от конкретного вида переменного порядка дробной производной. Показано, что некоторые кривые распределений характерны для других эредитарных динамических систем [3, 4].

Литература

1. *Sweilam N.H., Khader M.M., Mahdy A.M.S.* Numerical studies for solving fractional Riccati differential equation // Applications and Applied Math. 2012. Т. 7, № 2. С. 595-608.
2. *Паровик Р.И.* Конечно-разностные схемы для фрактального осциллятора с переменными дробными порядками // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2015. № 2 (11). С. 88-95.

3. *Паровик Р.И.* Математическая модель фрактального осциллятора Ван-дер-Поля // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2015. Т. 17, № 2. С. 57-62.

4. *Паровик Р.И.* Дробное исчисление в теории колебательных систем // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 1. С. 61-68.

СИСТЕМЫ ОБРАЗУЮЩИХ БЕСКОНЕЧНЫХ ПОДГРУПП P-ГРУПП ГОЛОДА И AT-ГРУПП

© Тимофеенко А.В.

Сибирский федеральный университет (Россия, Красноярск)
e-mail: A.V.Timofeenko62@mail.ru

В докладе будут представлены для каждого простого числа p серии конечных p-групп G_k и A_k, $k = 1, 2, \ldots$, аппроксимирующих конечно порождённые подгруппу G группы Голода, [1,2], и AT-группу, [3], A соответственно, причём каждая группа A_k есть гомоморфный образ группы G_k. Представлены также конечные системы образующих простого порядка бесконечных подгрупп группы Голода. Построение таких серий может оказаться полезной при ответе на вопрос "Существует ли группа Голода, изоморфная AT-группе?" (Коуровская тетрадь, вопрос 13.55).

На отличия групп Голода и AT-групп указывает следующая

Теорема. *Для каждого простого числа p и каждого $r \geq 2$ можно построить такую p-группу Голода G_r, что: а) все $(r-1)$-порождённые подгруппы группы G_r конечны, б) группа G_r имеет бесконечную d-порождённую подгруппу H, $d \geq r$, в) группа H содержится в нормальной подгруппе N группы G_r, г) индекс $|G_r : N|$ бесконечен, д) центр группы G_r бесконечен.*

Ранее для каждого из этих свойств строилась отдельно группа Голода.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках научных проектов №№ 16-41-240670, 15-01-04897.

Литература

1. *Голод Е.С.* О ниль-алгебрах и финитно-аппроксимируемых p-группах // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1964. Т. 28, № 2. С. 273-276.

2. *Голод Е.С.* О некоторых проблемах бернсайдовского типа // Труды международного конгресса математиков. Москва: Мир, 1968. С. 284-289.

3. *Рожков А.В.* К теории групп алешинского типа // Матем. зам. 1986. Т. 40, № 5. С. 572-589.

СОСТАВЛЕННЫЕ ИЗ ШЕСТНАДЦАТИ ПРАВИЛЬНОГРАННЫХ ПИРАМИД ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ

© Тимофеенко А.В.[1], Черепухина А.А.[2]

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева (Россия, Красноярск)

e-mail: A.V.Timofeenko62@mail.ru, e-mail: Krutelevaalenka@mail.ru

Составленные из не более пятнадцати правильногранных пирамид с единичными рёбрами выпуклые тела с рёбрами длины 1 или 2 опубликованы, [1,2]. Соединения правильногранных пирамид обозначены $S_{i,j}$, где первый индекс указывает на количество пирамид, из которых составлено это тело, а второй индекс соответствует номеру многогранника $S_{i,j}$ в списке составленных из i пирамид тел, [1]. Составленные из шестнадцати правильногранных пирамид с единичными рёбрами тела с рёбрами длины 1 или 2 находятся соединением каждого тела $S_{i,j}$ с каждым многогранником $S_{16-i,k}$ по одинаковым граням. Пока найдены все такие соединения для $i = 1, 2, 3, 4$, что позволило доказать

Предложение. Существует не менее десяти указанных в явном виде выпуклых соединений шестнадцати правильногранных пирамид при условии, что рёбра пирамид единичные, а рёбра соединений имеют длину 1 или 2.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках научного проекта №№ 16-41-240670.

Литература

1. *Полтанов Е.В., Судак Д.Н., Тимофеенко А.В., Якушева А.В.* О выпуклых соединениях правильногранных пирамид // Proceedings of the 47th International Youth School-conference "Modern Problems in Mathematics and its Applications". Yekaterinburg. Russia. 02-Feb-2016. С. 148-158. URL: http://ceur-ws.org/Vol-1662/top3.pdf

2. *Окладникова Е.С., Тимофеенко А.В* О типах выпуклых многогранников с паркетными гранями // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы V Всероссийской научно-методической конференции с международным участием. Красноярск, 16–17 ноября 2016. С. 147-154.

ЗАДАЧА ТРИКОМИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© Тоштемиров Б.Х.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: toshtemirovb94@gmail.com

В докладе в области $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup OA$ для следующего нагруженного уравнения

$$0 = \begin{cases} L_1 u \equiv u_{xx} - u_y + \lambda u - k_1 u\,(x,\,0)\,, & (x,\,y) \in \Omega_1, \\ L_2 u \equiv u_{xx} - u_{yy} + \lambda u - k_2 u\,(x+y,\,0)\,, & (x,\,y) \in \Omega_2, \end{cases} \tag{1}$$

где $\Omega_1 = \{(x,\,y) \in R^2,\ 0 < x < 1\,,\ 0 < y \le 1\}$,
$\Omega_2 = \{(x,\,y) \in R^2,\quad -y < x < y+1,\ -(1/2) < y < 0\,\}$,
$OA = \{(x,\,y):\ y = 0\,,\ 0 < x < 1\}$, рассматривается следующая

Задача. *Найти функцию* $u\,(x,\,y) \in \bigcap\limits_{i=1}^{2} \left[\left(\bar{\Omega}_i\right) \cap C^{2,\,i}_{x,\,y}\,(\Omega_i)\right]$, *удовлетворяющую в области* $\Omega_1 \cup \Omega_2$ *уравнению (1), и на границе области* Ω *– следующим краевым условиям*

$$u\,(0,y) = \varphi_0\,(y)\,,\ u\,(1,\,y) = \varphi_1\,(y)\,,\ 0 \le y \le 1;$$

$$u\,(x,\,-x) = \psi\,(x)\,,\quad 0 \le x \le (1/2\,)\,,$$

а на отрезке OA *– условиям склеивания*

$$\lim_{y\to+0} u\,(x,\,y) = \lim_{y\to-0} u\,(x,\,y)\,,\quad 0 \le x \le 1;$$

$$\lim_{y\to+0} u_y\,(x,\,y) = \lim_{y\to-0} u_y\,(x,\,y)\,,\quad 0 < x < 1,$$

где $\varphi_0\,(y)\,,\ \varphi_1\,(y)\,,\ \psi\,(x)$ *– заданные функции, причем* $\varphi_0\,(0) = \psi\,(0)\,,$ *а* $\lambda,\ k_1,\ k_2$ *– заданные действительные числа.*

Доказано, что если $\lambda > 0,\ k_2 \le \lambda \le k_1;\ \varphi_0(y),\ \varphi_1(y) \in C[0,1]$, $\psi(x) \in C[0,1/2] \cup C^2(0,1/2)$, то задача имеет единственное решение.

При этом для доказательства единственности решения задачи применен метод интегралов энергии, а для существования – метод интегральных уравнений.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИФФУЗИИ

© **Тураев Р.Н.**

Институт математики при НУУз (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: rasul.turaev@mail.ru

Требования современной науки и техники приводят к необходимости рассматривать процессы, происходящие в нелинейных средах. Здесь можно указать задачи гидро- и газодинамики, физики плазмы, теории химических реакций и др [1]. В связи с постановкой новых задач возникает необходимость разработки новых подходов в исследовании нелинейных задач математической физики, являющихся математическими моделями процессов в нелинейных средах. При этом многие из указанных задач для параболических уравнений приводятся к краевым задачам со свободной границей.

Постановка задачи. *Требуется найти на некотором отрезке* $0 < t \leq T$ *непрерывно дифференцируемую функцию* $s(t)$, *такую, что* $s(0) = s_0 > 0$, $0 < \dot{s}(t) \leq N$, $s(t)$ – *удовлетворяет условию Гельдера, а функция* $u(t,x)$ *в области* $D = \{(t,x) : 0 < t \leq T, 0 < x < s(t)\}$ *удовлетворяет уравнению*

$$u_t = (a(u)u_x)_x + b(t,x,u_x), \quad (t,x) \in D$$

и следующим начальным и граничным условиям

$$u(0,x) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq s_0,$$

$$u_x(t,0) = \omega(t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$\alpha u(t,x_0) = u(t,s(t)), \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$u_x(t,s(t)) = \psi(t), \quad 0 \leq t \leq T.$$

Сначала задача сводится к задаче типа задачи Стефана и доказывается их эквивалентность. Далее, устанавливаются априорные оценки для свободной границы, решений и их производных в норме Гельдера. И в итоге на основе априорных оценок доказывается единственность решения. Существование решения полученной и первоначальной задач доказывается при помощи метода неподвижной точки Шаудера [1].

Литература

1. *Тахиров Ж.О.* Неклассические нелинейные задачи со свободной границей. Ташкент: Фан, 2014. 240 с.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ФЛОРИНА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© Тураев Р.Н.[1], Тураев К.Н.[2]

Институт математики при НУУз (Узбекистан, Ташкент)

[1]e-mail: rasul.turaev@mail.ru, [2]e-mail: k.turaev@mail.ru

В современной науке наблюдается повышенный интерес к задачам для нагруженных параболических уравнений [1]. А задачи со свободной границей для нагруженного параболического уравнения относятся к категории малоизученных [2, 3].

В настоящей работе изучается нелокальная задача со свободной границей для нагруженного параболического уравнения.

Требуется найти пару функций $s(t), u(t,x)$, такую, что непрерывно дифференцируемая функция $s(t)$ определена на отрезке $0 < t \le T, s(0) = s_0 > 0, 0 < \dot{s}(t) \le N$, а функция $u(t,x)$ в области $D = \{(t,x)\colon 0 < t \le T, 0 < x < s(t)\}$ удовлетворяет уравнению

$$a(t,x)u_{xx}(t,x) - u_t(t,x) = cu(t,x_0), \quad (t,x) \in D \tag{1}$$

и следующим начальным и граничным условиям

$$u(0,x) = \varphi(x), \qquad 0 \le x \le s_0, \tag{1}$$

$$u_x(t,0) = \psi_1(t), \qquad 0 \le t \le T, \tag{2}$$

$$\alpha u(t,0) = u(t,s(t)), \; 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$u_x(t,s(t)) = \psi_2(t), \quad 0 \le t \le T. \tag{4}$$

Сначала устанавливаются некоторые априорные оценки в норме Гельдера для решения задачи (1)–(5). Далее, на основе полученных оценок исследуется поведение свободной границы в рассматриваемом промежутке времени и доказывается единственность и существование решения поставленный задачи.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и их применение. Москва: Наука, 2012. 232 с.
2. *Briozzo A.C., Tarzia D.A.* A one-phase Stefan problem for a non-classical heat equation with a heat flux condition on the fixed face // App. Math. and Com. 2006. Vol. 182, № 5. Pp. 809-818.
3. *Briozzo A.C., Tarzia D.A.* Existence and uniqueness for one-phase Stefan problems of non-classical heat equations with temperature boundary condition at a fixed face // Electronic Journal of Differential Equations. 2006. Vol. 206, № 21. Pp. 1-16.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЧТИ СТРОБОСКОПИЧЕСКИХ СТРАТЕГИЙ ДЛЯ ЗАВЕРШЕНИЯ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ В ОДНОЙ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ

© Тухтасинов М.

Национальный университет Узбекистана им. М. Улугбека
(Узбекистан, Ташкент)
e-mail: mumin51@mail.ru

Рассматривается линейная дифференциальная игра преследования

$$\dot{z} = Az + u - v,\ z \in \mathbb{R}^m, \tag{1}$$

где $u, v \in \mathbb{R}^m$ – параметры управления, A – постоянная матрица, терминальное множество: $M^* = M^0 + M$, где M^0 – линейное подпространство, V, M – выпуклые компактные множества в $\mathbb{R}^m$ и L, $L \bigoplus M^0 = \mathbb{R}^m$, соответственно, $\{\tau_i\}_{i=0}^{\infty}$ – последовательность моментов времени.

Множество измеримых функции $u(t)$, $t \geq 0$, таких, что

$$||u(\cdot)||_{L_2[\tau_{i-1},\tau_i]} \leq \sigma,\ i = 1, ..., q(t),\ ||u(\cdot)||_{L_2[\tau_{q(t)},t]} \leq \sigma,$$

обозначим $U[\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = 1, ..., q(t)$, $U[\tau_{q(t)}, t]$ соответственно, где $q(t) = [t]$.

Классом допустимых управлений убегающего игрока является множество импульсных функций, которые выражаются дельта - функцией Дирака [1].

Определение. *Отображение $F = F_0 \times F_1 \times ... \times F_{q(t)}$ называется почти стробоскопической стратегией преследующего игрока, где отображений $F_{i-1} : V \to U[\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = 1, ..., q(t) - 1$, $F_{q(t)} : V \to U[\tau_{q(t)}, t]$.*

Теорема. *Если $intW_i(n) \neq \emptyset$, $\mathfrak{T} \neq \emptyset$, $\tau_i \bar{\in} \mathfrak{T}$ и множество $T(z^0, w)$ не пусто, то для любого $T \in T(z^0, w)$ существует почти стробоскопическая стратегия F преследователя так, что, при любом допустимом управлении убегающего игрока, соответствующую траекторию $z(t)$ системы (1) можно вывести на терминальное множество M^* в момент времени T.*

Замечание. *Обозначения $W_i(n)$, $\mathfrak{T}$, $T(z^0, w), q(t)$ и w см. [1].*

Литература

1. *Тухтасинов М.* Линейная дифференциальная игра преследования с импульсными и интегрально - ограниченными управлениями игроков // Труды института математики и механики УрО РАН. 2016. Т. 22, № 3. С. 273-282.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ИЗГИБНЫХ ВОЛН В СТЕРЖНЕ

© Умаров Х.Г.

Академия наук Чеченской Республики (Россия, Грозный)
e-mail: umarov50@mail.ru

Для дифференциального уравнения, описывающего изгибные колебания нелинейно-упругого стержня:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + \alpha^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \beta^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u^3,$$

где α, β – заданные неотрицательные параметры, исследована разрешимость задачи Коши в пространстве непрерывных функций на всей числовой оси сведением к абстрактной задаче Коши в банаховом пространстве.

Найден явный вид соответствующего линейного уравнения. Установлен временной отрезок существования классического решения задачи Коши для нелинейного уравнения и получена оценка нормы этого локального решения. Рассмотрены условия существования глобального решения.

АНАЛОГ ЗАДАЧИ ГУРСА ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

© Уринов А.К.[1], Каримов Ш.Т.[2]

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
[1]e-mail: urinovak@mail.ru, [2]e-mail: shkarimov09@rambler.ru

Данная работа посвящена исследованию разрешимости в классическом смысле аналога краевой задачи Гурса для уравнения

$$L_\alpha^\lambda(u) \equiv \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{2\alpha}{x}\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda u\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{2\alpha}{x}\frac{\partial u}{\partial x} = f(x,t), \qquad (1)$$

где $f(x,t)$ – заданная функция, $\alpha, \lambda \in R$, причем $0 < \alpha < 1/2$.

Задача G. В области $\Omega = \{(x,t):\ 0 < x < l,\ 0 < t < h\}$ требуется найти функцию $u(x,t) \in C(\bar{\Omega})$, удовлетворяющую уравнению (1) и краевым условиям

$$u(x,0) = \psi(x), \quad 0 \le x \le l;$$

$$u(0,t)=\varphi_1(t), \quad \lim_{x\to 0} x^{2\alpha}u_x(x,t)=\varphi_2(t), \ \ 0\le t\le h,$$

где $\psi(x)$, $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ – заданные гладкие функции, причем $\varphi_1(0)=\psi(0)$, $\varphi_2(0)=0$.

Исследованием различных задач для одномерного общего линейного псевдопараболического уравнения со старшей производной u_{xxt} и с гладкими коэффициентами занимались Д. Колтон, А.М. Нахушев, А.П. Солдатов, М.Х. Шхануков, В.И. Жегалов, Е.А. Уткина, В.А. Водахова и другие.

Используя дробный оператор Эрдейи-Кобера [1] и метод Римана [2], нами получена явная формула решения поставленной задачи. В работе построена функция Римана оператора $L_\alpha^\lambda(u)$, которая выражается через гипергеометрическую функцию Кампе де Ферье.

Литература

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 702 с.
2. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 512 с.

ПРЯМЫЕ ИЗОКЛИНЫ В КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

© Ушхо А.Д., Тлячев В.Б.[1], Ушхо Д.С.[2]

Адыгейский государственный университет (Россия, Майкоп)

[1]e-mail: tlyachev@adygnet.ru, [2]e-mail: damirubych@mail.ru

Как известно из качественной теории дифференциальных уравнений поведение траекторий динамической системы определяется особыми траекториями, такими как состояние равновесия, сепаратриса, предельный цикл. При этом необходимо знать количество состояний равновесия, их координаты, взаимное расположение седел и седлоузлов, число предельных циклов, их устойчивость и взаимное расположение. Решению этих и других вопросов может помочь анализ главных изоклин. Использование изоклин вносит определенный методологический аспект при исследовании поведения фазовых траекторий. Например, широко известен «метод двух изоклин» (метод Н.П. Еругина), который в настоящее время активно применяется [1]. В фундаментальной работе В.В. Немыцкого [2] указывается на возможности качественного исследования динамических систем с помощью главных изоклин.

Среди изоклин важную роль играют прямолинейные (прямые) изоклины, особенно в случае, когда правая часть системы – взаимно простые многочлены. В работе дан обзор исследований полиномиальных векторных полей, основным элементом которых являются изоклины. Применение авторской теории прямых изоклин позволило получить ряд нетривиальных результатов, представленных в монографиях [3,4].

Литература

1. *Gaiko V.A.* Limit cycle bifurcations in a quadratic system with two parallel straight line-isoclines. Report 08-06. Delft: Delft University of Technology, 2008. 10 p.

2. *Немыцкий В.В.* Некоторые современные проблемы качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук. 1965. Т. 20, № 4. С. 3-36.

3. *Ушхо Д.С.* Прямые изоклины и канонические формы полиномиальных дифференциальных систем на плоскости. Майкоп: Издательство АГУ, 2007. 93 с.

4. *Тлячев В.Б., Ушхо А.Д., Ушхо Д.С.* Полиномиальные векторные поля на плоскости: избранные вопросы. Майкоп: Издательство АГУ, 2012. 325 с.

СХОДИМОСТЬ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

© Хазириши Э.О.

Абхазский государственный университет (Абхазия, Сухум)
e-mail: khazirishi@mail.ru

В работе рассматриваются вопросы сходимости по мере последовательности операторов, действующих из пространства $L_p(1 \leq p < \infty)$ в пространство измеримых почти всюду конечных функций.

Пусть $P = \omega(M)$ – некоторое взаимно-однозначное преобразование Ω на Ω, где $P, M \in \Omega$; и пусть ε – семейство таких преобразований. Говорят, что группа преобразований ε есть эргодическое семейство преобразований на себя, если:

1) для любого $A \in F$ существует такое $\omega \in \varepsilon$, что $\mu(A \cap A^{\omega}) < \mu A$, $A^{\omega} = \omega^{-1}A$, при $\mu A \neq 0$ и $\mu A \neq \mu\Omega$;

2) для любого $A \subset F : \omega(A) \in F$, где $\omega^{-1}(A) \in F$ и $\mu[\omega^{-1}(A)] = \mu[\omega(A)] = \mu A$.

Говорят, что оператор $T: B \to S(\Omega, F)$ (где B – полное линейное нормированное пространство, (Ω, F, μ) – пространство с σ – конечной мерой, $S(\Omega, F)$ – пространство измеримых почти всюду конечных функций) коммутируется с семейством ε, если для $\forall a \in B, \omega \in \varepsilon$ и $b_\omega \in B$ имеет место неравенство $|T(a, \omega x)| \leq |T(b_\omega, x)|$.

Рассмотрим последовательность операторов T_n действующих из $B = L_p(\Omega, F, \mu)$ в $S(\Omega, F)$.

Теорема 1._Пусть T_n - последовательность линейных, непрерывных по мере и положительных операторов, коммутирующиеся с некоторыми эргодическим семейством $\{E\} = \varepsilon$ преобразований $[0,1]$ на себя. Тогда для сходимости по мере_

$$\lim_{\lambda \to \infty} \sup_n \mu\{x : |T_n(f, x)| \geq \lambda ||f||_{L_p} = 0 \tag{1}$$

достаточно, чтобы для множества $E[0,1]$ с мерой $\mu\ E > 0$, выполнялось соотношение

$$\sup_n \mu\{x \in E : |T_n(f, x)| \geq \lambda_0 ||f||_{L_p} \leq q \tag{2}$$

где число q такое, что $0 < q < \mu E, f \in L_p (1 \leq p < \infty)$.

Замечание. Пусть Γ – простой замкнутый контур, охватывающий начало координат. Рассмотрим сингулярный интеграл $S_\varphi = S(\varphi, t) = \frac{1}{\pi i} \int \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau, \ t \in \Gamma$ понимаемый в смысле главного значения по Коши. Введем на Γ шкалу банаховых пространств $W_p = W_p(\Gamma)$, тесно связанных с пространствами L_p.

Пусть $W_p(\Gamma) = \{\varphi \in L_p(\Gamma) : S(\varphi, t) \in L_p(\Gamma)\}$ с нормой

$$\|\varphi\|_{W_p} = \|\varphi\|_{L_p} + \|S\varphi\|_{L_p}, 1 \leq p \leq \infty. \tag{3}$$

В [2] доказывается, что пространство полно по норме (3) при любых $p \in [1, \infty]$.

Выше данная теорема 1 без особого труда переносится и на последовательность операторов действующих из W_p в S. А значит полученные результаты можно перенести для получения условий сходимости по мере сингулярных интегралов.

Литература

1. _Кипиани Г.Г._ Оценки последовательности операторов // Сообщ. АН ГССР. 1974. Т. 76, № 2.

2. _Габдулхаев Б.Г., Хазириши Э.О._ О приближенных решениях сингулярных интегральных уравнений // 1985. Сообщ. АН ГССР. Т. 117, №2.

О НУЛЯХ ФУНКЦИИ ХАРДИ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫХ

© **Хайруллоев Ш.А.**

Институт математики им. А. Джураева АН РТ (Таджикистан, Душанбе)
e-mail: shamsullo@rambler.ru

Первым результатом о нулях дзета-функции Римана $\zeta(s)$ на критической прямой является теорема Г. Харди [1]. В 1914 г. он доказал, что $\zeta(1/2+it)$ *имеет бесконечно много вещественных нулей.* Затем Харди и Литтлвуд [2] в 1921 г. доказали, что промежуток $(T, T+H)$ при $H \geq T^{1/4+\varepsilon}$ содержит нуль нечетного порядка $\zeta(1/2+it)$. Ян Мозер [3] в 1976 г. доказал, что это утверждение имеет место при $H \geq T^{1/6}\ln^2 T$. В 1981 г. А.А. Карацуба [4] доказал теорему Харди-Литтлвуда уже при $H \geq T^{5/32}\ln^2 T$.

В работе [5] найдена нижняя грань длины промежутка критической прямой, в котором содержится нуль нечетного порядка дзета-функции и выражена она через константу Ранкина. Полученный результат в рамках данного метода является окончательным.

В работе найдена новая теорема о нулях производной j–го порядка функции Харди.

Теорема. *Пусть* $T \geq T_0 > 0$, $H \geq cT^{æ_j}\ln T$,

$$æ_j = \frac{35}{220+212j}, \quad c = c_0 > 0, \quad j \in N.$$

Тогда промежуток $(T, T+H)$ *содержит нуль нечетного порядка функции* $Z^{(j)}(t)$.

Литература

1. *Hardy G.H.* Sur les zeros de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann // Compt. rend. acad. sci. 1914. Vol. 158. Pp. 1012-1014.

2. *Hardy G.H., Littlewood J.E.* The zeros of Riemann's zeta-function on the critical line // Mathematische Zeitschrift. 1921. Vol. 10. Pp. 283-317.

3. *Мозер Я.* Об одной сумме в теории дзета-функции Римана // Acta arith. 1976. Vol. 31. Pp. 31-43.

4. *Карацуба А.А.* О расстоянии между соседними нулями дзета-функции Римана, лежащими на критической прямой // Труды МИАН. 1981. Т. 157. С. 49-63.

5. *Рахмонов З.Х., Хайруллоев Ш.А.*Соседние нули дзета-функции Римана, лежащие на критической прямой // Доклады АН РТ. 2009. Т. 52, № 5. С. 331-335.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

© Халилов К.С.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: xalilov_q@mail.ru

Пусть D – конечная односвязная область плоскости xOy, ограниченная при $y \geq 0$ отрезками AA_0, A_0B_0, B_0B прямых $x = 0, y = 1$, $x = 1$ соответственно, а при $y \leq 0$ – прямыми $AE : x + y = 0$, $BE : x - y = 1$; $D_1 = D \cap \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$; $D_2 = D \cap \{(x, y) : x > 0, y < 0\}$; $J = D \cap (y = 0)$.

В области D рассмотрим уравнение

$$0 = \frac{\partial}{\partial x} \begin{cases} u_{xx} - u_y, & (x, y) \in D_1, \\ u_{xx} - u_{yy}, & (x, y) \in D_2. \end{cases} \tag{1}$$

В данной работе в области D для уравнения (1) исследуется неклассическая задача с интегральным условием в области D_1.

Задача. Найти функцию $u(x, y)$ со следующими свойствами:

1) $u(x, y) \in C(\overline{D})$, $u_x \in C(\overline{AA_0} \cup \overline{AE} \cup D)$, $u_y \in C(\overline{AE} \cup D)$;

2) $u(x, y)$ является регулярным в областях D_1 и D_2 решением уравнения (1);

3) $u(x, y)$ удовлетворяет следующим условиям

$$u(0, y) = \mu_1(y), \quad u_x(0, y) = \mu_2(y), \quad 0 \leq y \leq 1;$$

$$\int_0^1 u(x, y)dx = \mu_3(y), \quad 0 \leq y \leq 1;$$

$$u(x, -x) = \psi_1(x), \quad x \in [0, 1/2]; \quad \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{AE} = \psi_2(x), \quad x \in (0, 1/2),$$

где n - внутренняя нормаль, $\mu_1(y), \mu_2(y), \mu_3(y), \psi_1(x), \psi_2(x)$ - заданные достаточно гладкие функции, причем $\psi_1(0) \equiv \mu_1(0)$.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО НАГРУЖЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

© Ханкишиев З.Ф.

Бакинский государственный университет (Азербайджан, Баку)
e-mail: hankishiyev.zf@yandex.com

Исследуется задача для нагруженного дифференциального уравнения параболического типа, при $0 < x < l, 0 < t \le T$:

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t) + bu(x,t) + \sum_{k=1}^{m} d_k u(x,\bar{t}_k) + f(x,t), \qquad (1)$$

$$u(0,t) = \mu_1(t), \quad u(l,t) = \mu_2(t), \quad 0 \le t \le T, \qquad (2)$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \;\; 0 \le x \le l. \qquad (3)$$

Здесь $a, b, d_k,\ k = 1,2,...,m$ – действительные числа, $\bar{t}_k,\ k=1,2,...,m$ – точки интервала $(0,T]$, $f(x,t)$, $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$, $\varphi(x)$ – непрерывные функции своих аргументов.

Задача (1)–(3) аппроксимирована методом конечных разностей с точностью $O(h^2+\tau)$. Относительно решения построенной разностной задачи доказана следующая

Теорема. Пусть $u(x,t)$ – решение уравнения (1) имеет в области D ограниченные частные производные по переменной x до четвертого, а по переменной t до второго порядка, включительно. Если выполняются условия

$$d_k > 0,\ k = 1,2,...,m,\ b + \sum_{k=1}^{m} d_k \le -\varepsilon < 0,\ \tau \le \frac{2h^2}{2a^2 - bh^2},\ \xi \ge \frac{1}{l\varepsilon},$$

то решение разностной задачи сходится к решению задачи (1)–(3). При этом имеет место оценка

$$\left|y_n^j - u(x_n,t_j)\right| \le L\xi \left(h^2+\tau\right) \cdot 2l,\ n = 0,1,...,N,\ j = 0,1,...,j_0,$$

где y_n^j - решение разностной задачи, h, τ - шаги сетки, L - положительная постоянная.

Литература

1. *Ханкишиев З.Ф.* Решение одной задачи для линейного нагруженного дифференциального уравнения параболического типа методом конечных разностей // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук. 2016. № 1. С. 26-36.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ВЫРОЖДЕНИЕМ ПОРЯДКА В ОБЛАСТИ ЕГО ГИПЕРБОЛИЧНОСТИ

© Хубиев К.У.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: khubiev_math@mail.ru

Рассмотрим нагруженное [1] уравнение

$$\begin{cases} u_{xx} - u_y + \lambda u(x_0, y) = 0, \quad y > 0, \\ u_x + u_y + cu + \mu u(x_0, y) = 0, \quad y < 0, \end{cases} \tag{1}$$

в области Ω, ограниченной отрезками AA_0, BB_0, A_0B_0 прямых $x = 0$, $x = r$, $y = T > 0$ соответственно при $y > 0$, отрезками AA_1, A_1B_1 прямых $x = 0$, $y = -x_0$ и отрезком характеристики уравнения (1) $BB_1 : \; x - y = r$; $x_0 \in [0, r)$, $c, \lambda, \mu = const$.

При $y > 0$ уравнения вида (1) встречаются в математической биологии [2, с. 187], в особенности при математическом моделировании явления переноса в живых системах. При $\mu = 0$ уравнение (1) в области гиперболичности называют уравнением неразрывности Мак Кендрика - фон Ферстера или же эволюционным уравнением, в [2, с. 244] для него исследованы нелокальные задачи. Краевые задачи для модельных нагруженных уравнений смешанного гиперболо-параболического и эллиптико-гиперболического типа с вырождением порядка в области его гиперболичности и нагрузкой на линии изменения типа исследованы в [1, с. 159,176]. В [3] исследован эффект влияния "нагрузки" на корректную постановку начально-краевых задач для существенно нагруженного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.

В данной работе исследована краевая задача для уравнения (1).

Литература

1. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и их применения. М.: Наука, 2012. 232 с.

2. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.

3. *Аттаев А.Х.* О некоторых задачах для нагруженного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2016. № 4-1 (16). С. 9–14.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДРОБНОЙ ДИФФУЗИИ С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

© Хуштова Ф.Г.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: khushtova@ya.ru

В области $\Omega = \{(x, y) : -\infty < x < \infty,\ 0 < y < T\}$ рассмотрим уравнение

$$B_x u(x, y) - \partial_{0y}^{\alpha} u(x, y) = f(x, y), \tag{1}$$

где $B_x = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{b}{x}\frac{\partial}{\partial x}$ – оператор Бесселя, $|b| < 1$; ∂_{0y}^{α} – производная Капуто порядка $0 < \alpha \leqslant 1$ [1, с. 11], [2, с. 14].

Пусть $\Omega^+ = \Omega \cap \{x > 0\}$, $\Omega^- = \Omega \cap \{x < 0\}$, $\bar{\Omega}$ – замыкание области Ω. *Регулярным решением* уравнения (1) в области Ω будем называть функцию $u = u(x, y)$, удовлетворяющую уравнению (1) в области $\Omega^+ \cup \Omega^-$, и такую, что $u \in C(\bar{\Omega})$, $|x|^b u_x \in C(\Omega)$, u_{xx}, $\partial_{0y}^{\alpha} u \in C(\Omega^+ \cup \Omega^-)$.

Задача 1. *Найти регулярное в области Ω решение уравнения (1), удовлетворяющее условию $u(x, 0) = \varphi(x)$, $-\infty < x < \infty$, где $\varphi(x)$ – заданная функция.*

Обозначим через $\beta = (1 - b)/2$,

$$\Gamma^{\alpha,\beta}(x, \xi, y) = A_y^{\alpha}\, g(x, \xi, y),$$

$$g(x, \xi, y) = \frac{|x|^{\beta}|\xi|^{\beta}}{4y}\, e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4y}} \left[I_{-\beta}\left(\frac{|x\xi|}{2y}\right) + \operatorname{sign} x \cdot \operatorname{sign} \xi \cdot I_{\beta}\left(\frac{|x\xi|}{2y}\right) \right],$$

где A_y^{α} – интегральное преобразование с функцией Райта в ядре, действующее по переменной y [2, с. 72], $I_{\nu}(z)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода порядка ν [3, с. 643].

Теорема 1. *Пусть функция $\varphi(x) \in C(-\infty, \infty)$ удовлетворяет условию Гельдера, $y^{1-\alpha} f(x, y) \in C(\bar{\Omega})$, функция $f(x, y)$ удовлетворяет условию Гельдера по переменной x и выполняются условия*

$$\lim_{|x|\to\infty} \varphi(x) \exp\left(-\rho\, |x|^{\frac{2}{2-\alpha}}\right) = 0,$$

$$\lim_{|x|\to\infty} y^{1-\alpha} f(x, y) \exp\left(-\rho\, |x|^{\frac{2}{2-\alpha}}\right) = 0,$$

где $\rho < (2-\alpha)\, 2^{-\frac{2}{2-\alpha}}\, (\,\alpha\,/\,T\,)^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}$ *. Тогда функция*

$$u(x,y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} |\xi|^{\,1-2\beta}\, D_{0y}^{\alpha-1}\Gamma^{\,\alpha,\,\beta}(x,\xi,y)\,\varphi(\xi)\,d\xi -$$

$$-\int\limits_{0}^{y}\int\limits_{-\infty}^{\infty} |\xi|^{\,1-2\beta}\,\Gamma^{\,\alpha,\,\beta}(x,\xi,y-\eta)\,f(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

является регулярным решением задачи 1.

Теорема 2. *Решение задачи 1 единственно в классе функций, удовлетворяющих при некотором положительном* k *условию*

$$\lim_{|x|\to\infty} u(x,y)\,\exp\big(-k\,|x|^{\,\frac{2}{2-\alpha}}\big) = 0, \tag{2}$$

причем сходимость в (2) *является равномерной на множестве* $\{y \in (0,T)\}$.

Литература

1. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
2. *Псху А.В.* Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука, 2005. 199 с.
3. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Т. 2. Специальные функции. М.: Физматлит. 2003. 664 с.

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ И МЕТОДАХ ТЕОРИИ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ЧИСЕЛ

© Чирский В.Г.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
(Россия, Москва)
e-mail: vgchirskii@yandex.ru

Рассматривается, имеющая практическое значение, задача преобразования периодической последовательности в непериодическую последовательность. К решению этой задачи можно привлечь различные методы: например, рассматривать члены этой последовательности, как неполные частные непрерывной дроби, которая, по теореме Лагранжа, представляет собой квадратичную иррациональность.

Другой подход – использование метода Зигеля-Шидловского в теории трансцендентных чисел. Используя его, можно не только доказать иррациональность числа $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n!}$, но и получить эффективную оценку меры иррациональности этого числа [1]. В [2] доказана бесконечная трансцендентность полиадического числа $\sum_{n=1}^{\infty} a_n n!$.

В работе [3] исходная периодическая последовательность определяет совокупность функций, значения которых в некоторых алгебраических точках алгебраически независимы. Для доказательства используется метод Малера в теории трансцендентных чисел.

Литература

1. *Чирский В.Г., Нестеренко А.Ю.* Об одном подходе к преобразованию периодических последовательностей // Дискретная математика. 2015. Т. 27, № 4. С. 150-157.
2. *Чирский В.Г.* Арифметические свойства полиадических рядов с периодическими коэффициентами // Доклады академии наук. 2014. Т. 459, № 6. С. 677-679.
3. *Чирский В.Г.* Об алгебраической независимости значений функций, удовлетворяющих системам функциональных уравнений // Труды математического института им. В.А. Стеклова. 1997. Т. 218. С. 433-438.

ОСЦИЛЛИРУЮЩИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

© Чубариков В.Н.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
(Россия, Москва)
e-mail: chubarik2009@live.ru

Многочлены Бернулли $B_s(x)$, где $B_0(x) \equiv 1, B_s(x) = sB'_{s-1}(x)$, удовлетворяют следующему функциональному уравнению

$$B_s(nx) = n^{s-1} \sum_{k=0}^{n-1} B_s\left(x + \frac{k}{n}\right).$$

Заметим, что при $s = 1$ и нецелых значениях x этому уравнению удовлетворяют функции

$$F(x) = \log\left(2|\sin \pi x|\right) = -\sum_{s=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi sx}{s},$$

$$F(x) = \rho(x) = \frac{1}{2} - \{x\} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\sin 2\pi s x}{\pi s}, \quad \rho(x) = 1/2 - \{x\}.$$

В настоящем сообщении на основе функционального уравнения даны оценки арифметических сумм и интегралов вида

$$S = S(N; q; f) = \sum_{n \leq N} B_s\left(\frac{f(n)}{q}\right); \quad I = I(g) = \int_0^1 B_s(g(x))\, dx,$$

где $q \geq N > 1$ – вещественное число, $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ и $g(x) = \alpha_n x^n + \cdots + \alpha_1 x + \alpha_0$, причем $a_n, \ldots, a_0$ – целые, $\alpha_n, \ldots, \alpha_0$ – вещественные числа.

Эти результаты являются продолжением исследований [1]-[9].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 16-01-00-071.

Литература

1. *Виноградов И.М.* Основы теории чисел. М.: Наука, 1981. 176 с.

2. *Виноградов И.М.* Метод тригонометрических сумм в теории чисел. М.: Наука, 1980. 144 с.

3. *Архипов Г.И.* Избранные труды. Орел: Изд-во Орловского гос. ун-та, 2013. 464 с.

4. *Архипов Г.И., Карацуба А.А., Чубариков В.Н.* Теория кратных тригонометрических сумм. М.: Наука, 1987. 368 с.

5. *Chubarikov V.N.* Linear arithmetic sums and Gaussian multiplication theorem // Azerbaijan-Turkey-Ukrainian Int. Conf. “Mathematical Analysis, Differential Equations and their Applications”. 2015. Baku-Azerbaijan. Pp. 38.

6. *Чубариков В.Н.* Элементарный вывод оценки полной рациональной арифметической суммы от многочлена // Чебышевский сборник. 2015. Т. 16, № 3 (55). С. 452-461.

7. *Чубариков В.Н.* Показатель сходимости среднего значения полных рациональных арифметических сумм // Чебышевский сборник. 2015. Т.16, № 4 (56). С. 303-318.

8. *Чубариков В.Н.* Арифметические суммы от значений полинома // Доклады РАН. 2016. Т. 466, № 2. С. 152-153.

9. *Чубариков В.Н.* Полные рациональные арифметические суммы // Вестн. Моск. ун-та. Сер. I, Математика, механика. 2015. № 1. С. 60-61.

О СХОДИМОСТИ РЯДОВ ЭКСПОНЕНТ В D-АНАЛИЗЕ

© Чуриков В.А.

Томский политехнический университет (Россия, Томск)
e-mail: vachurikov@list.ru

В d-анализе, как в классическом анализе, важное значение имеет вопрос о сходимости степенных рядов элементарных функций. Одними из наиболее важных элементарных функций являются экспоненты, причём в d-анализе для каждого порядка s, в общем случае, может быть более одной экспоненты. Для порядков $s = 1/n$ (n – натуральное число) имеется одна экспонента. Для каждого иррационального порядка имеется счётное множество экспонент. Для рациональных порядков $s = p/q$ (p, q – натуральные числа, $s \neq 1/n$), множество экспонент конечно, но больше одной [1, 2].

Сформулируем утверждение для поточечной сходимости всех возможных разновидностей экспонент вещественных порядков:

Теорема (о сходимости экспонент). Дробностепенные ряды дробных экспонент $\exp_s(x)$ вещественных порядков $s > 0$ имеют области сходимости совпадающие с их областями определения: для порядков $s < 1$ сходятся в области $0 < x \leqslant \infty$, для нецелочисленных порядков $s > 1$ сходятся в области $0 \leqslant x \leqslant \infty$, а для целочисленных порядков сходятся в области $-\infty \leqslant x \leqslant \infty$.

Кроме этого, важно утверждение.

Теорема. Значения экспонент $\exp_s(x)$ с вещественными порядками $s < 1$ стремятся к бесконечности при стремлении аргумента x к точке $x = 0$.

Экспоненты в d-анализе, в общем случае, уже не является показательными функциями, как в классическом анализе ($s = 1$). Поэтому свойство $\exp_s(-x) = (\exp_s(x))^{-1}$, которое выполняется для традиционной экспоненты ($s = 1$), для экспонент других порядков уже не выполняется, т.е. в общем случае справедливо неравенство $\exp_s(-x) \neq (\exp_s(x))^{-1}$, ($s \neq 1$).

Литература

1. *Чуриков В.А.* Краткое введение в дробный анализ целочисленных порядков. Томск: Изд-во ТПУ, 2011. 72 с.

2. *Чуриков В.А.* Экспоненциальное вырождение в случае нецелочисленных порядков в локальном дробном анализе на основе d-оператора // Известия Томского политехнического университета. 2013. Т. 322, № 2. С. 29-33.

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ОДНОЙ ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С СИЛЬНОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ

© Шамсудинов Ф.М.

Курган-Тюбинский государственный университет (Таджикистан, Курган-Тюбе)

e-mail: faizullo100@yahoo.rcom

Через D обозначим прямоугольник $D = \{(x, y) \colon 0 < x < \delta_1, 0 < y < \delta_2\}$, $\Gamma_1 = \{y = 0, \ 0 < x < \delta_1\}$, $\Gamma_2 = \{x = 0, \ 0 < y < \delta_2\}$.

В области D рассмотрим уравнение следующего вида

$$\begin{cases} r^{\alpha+\beta} u_{xy} + r^{\beta} a_1(x, y) u_x + r^{\alpha} b_1(x, y) u_y + c_1(x, y) u = f_1(x, y), \\ r^{\gamma} u_x + b_2(x, y) u = f_2(x, y), \end{cases} \tag{1}$$

где $a_1(x, y)$, $b_j(x, y)$, $c_1(x, y)$, $f_j(x, y)$ – заданные функции, $j = 1, 2$, $\alpha > 2$, $\beta = 2$, $\gamma > 2$ (α, γ – целые положительные числа).

Проблеме получения многообразия решений и исследованию граничных задач для некоторых уравнений и систем с сингулярными коэффициентами посвящены работы [1-4].

В настоящей работе на основе способа разработанного в [3] получено представление многообразия решений системы уравнений (1), при помощи одной произвольной постоянной.

В дальнейшем под $C_2(D)$ понимаем класс функций, которые имеют непрерывные производные первого порядка в D и $u_{xy} \in C(D)$.

Итак, доказана

Теорема 1. *Пусть в системе уравнений (1) коэффициенты и правые части удовлетворяют следующим условиям*

1. $a_1(x, y) \in C_x^1(\overline{D})$, $b_1(x, y), f_1(x, y) \in C(\overline{D})$;

2. $c_1(x, y) = r^{\alpha+\beta} \partial_x \left(a_1(x, y)/r^{\alpha}\right) + a_1(x, y) b_1(x, y)$;

3. $|a_1(x, y) - a_1(0, 0)| \le H_1 r^{\alpha_1}$, $H_1 = const$, $\alpha_1 > \alpha - 1$,
$|b_2(x, 0) - b_2(0, 0)| \le H_2 x^{\gamma_1}$, $H_2 = const$, $\gamma_1 > \gamma - 1$;

4. $a_1(0, 0) < 0$, $b_1(0, 0) > 0$;

5. a) $\partial_x \left(a_1(x, y)/r^{\alpha}\right) = \partial_y \left(a_2(x, y)/r^{\gamma}\right)$ *в* D;
b) $f_1(x, y)$ *и* $f_2(x, y)$ *связаны при помощи коэффициентов системы;*

6. $f(x, y) = o\left(\exp\left[-\frac{b_1(0,0)}{y} \operatorname{arctg} \frac{x}{y}\right] r^{\nu_1}\right), \nu_1 > \alpha + 1$,
$f_2(x, 0) = o(x^{\nu_2}), \nu_2 > \gamma - 1$.

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса $C_2(D)$ представимо в виде

$$u(x,y) = \chi_1(\varphi_1(x), \psi_1(y), f_1(x,y)),$$

$$\varphi_1(x) = N_1\left(c_1, f_2(x,0)\right),$$

$$\psi_1(y) = \frac{F_1(y)}{y^\gamma},$$

где $\chi_1(\varphi_1(x), \psi_1(y), f_1(x,y))$, $N_1\left(c_1, f_2(x,0)\right)$ – известные интегральные выражения, $F_1(y)$ – известная функция, c_1 – произвольная постоянная.

Литература

1. *Appel P., Kampe de Fariet M.J.* Function shypergeometriges of hyperspheriges Polynomesd Hermite. Paris. Gauthir - Villars, 1926. 434 p.

2. *Михайлов Л.Г.* Некоторые переопределенные системы уравнений в частных производных с двумя неизвестными функциями. Душанбе. Дониш, 1986. 115 с.

3. *Раджабов Н.* Введение в теорию дифференциальных уравнений в частных производных со сверхсингулярными коэффициентами. Душанбе: Изд. ТГУ, 1992. 236 с.

4. *Шамсудинов Ф.М.* Об одной вырождающейся переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка со сверхсингулярной точкой // Материалы Международной конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и автоматизации” и XIV Школы молодых ученых “Нелокальные краевые задачи и современные проблемы анализа и информатики”. Терскол. 2016. С. 341-344.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА В СМЕШАННОЙ ПЯТИУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

© Шерматова Х.М.

Ферганский государственный университет (Узбекистан, Фергана)
e-mail: hilola-1978@mail.ru

В данной работе рассматривается краевая задача для уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа вида

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\right)(Lu) = 0 \tag{1}$$

в пятиугольной области D плоскости xOy, где

$$Lu = \begin{cases} u_{1xx} - u_{1y}, & (x,\, y) \in D_1, \\ u_{ixx} - u_{iyy}, & (x,\, y) \in D_i \ \ (i = 2,\, 3,\, 4), \end{cases}$$

$u(x, y) = u_i(x, y)$, $(x, y) \in D_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$, а $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4 \cup J_1 \cup J_2 \cup J_3 \cup J_4$,

$$D_1 = \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ 0 < x < 1, \ \ 0 < y < 1\right\},$$

$$D_2 = \ \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ -1 < y < 0, \ \ 0 < x < y + 1\right\},$$

$$D_3 = \ \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ -1 < x < 0, \ \ -x - 1 < y < 0\right\},$$

$$D_4 = \ \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ -1 < x < 0, \ \ 0 < y < 1\right\},$$

$$J_1 = \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ y = 0, \ \ 0 < x < 1\right\},$$

$$J_2 = \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ y = 0, \ \ -1 < x < 0\right\},$$

$$J_3 = \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ x = 0, \ \ -1 < y < 0\right\},$$

$$J_4 = \left\{(x,\, y) \in R^2 : \ x = 0, \ \ 0 < y < 1\right\}.$$

Для уравнения (1) ставится следующая задача:

Задача 1. *Требуется найти функцию $u\,(x,\, y)$, которая непрерывна в замкнутой области $\overline{D}$, удовлетворяет уравнению (1) в открытой области D при $x \neq 0, \ y \neq 0$ и краевым условиям:*

$$u_1\,(1,\, y) = \varphi_1\,(y)\,, \quad 0 \le y \le 1, \ \ u_4\,(-1,\, y) = \varphi_2\,(y)\,, \ \ 0 \le y \le 1,$$

$$u_{4x}\,(-1,\, y) = \varphi_4\,(y)\,, \ \ 0 \le y \le 1, \ \ u_2\,(x, x - 1) = \psi_1\,(x)\,, \ \ 0 \le x \le \frac{1}{2},$$

$$u_3\,(x, y)\big|_{y=-x-1} = \psi_2\,(x)\,, -1 \le x \le 0, \ \ \left.\frac{\partial u_3}{\partial n}\right|_{y=-x-1} = \psi_4\,(x)\,, -1 \le x \le 0;$$

а также следующим условиям склеивания:

$$u_1\,(x,\, 0) = u_2\,(x,\, 0) = \tau_1\,(x)\,, \ \ 0 \le x \le 1,$$

$$u_{1y}\,(x,\, 0) = u_{2y}\,(x,\, 0) = \nu_1\,(x)\,, \ \ 0 \le x \le 1,$$

$$u_{1yy}\,(x,\, 0) = u_{2yy}\,(x,\, 0) = \mu_1\,(x)\,, \ \ 0 \le x \le 1,$$

$$u_3\,(x,\, 0) = u_4\,(x,\, 0) = \tau_2\,(x)\,, \ \ -1 \le x \le 0,$$

$$u_{3y}\,(x,\, 0) = u_{4y}\,(x,\, 0) = \nu_2\,(x)\,, \ \ -1 \le x \le 0,$$

$$u_{3yy}(x,0) = u_{4yy}(x,0) = \mu_2(x), \ \ -1 \le x \le 0,$$

$$u_2(0,y) = u_3(0,y) = \tau_3(y), \ \ -1 \le y \le 0,$$

$$u_{2x}(0,y) = u_{3x}(0,y) = \nu_3(y), \ \ -1 \le y \le 0,$$

$$u_{2xx}(0,y) = u_{3xx}(0,y) = \mu_3(y), \ \ -1 \le y \le 0,$$

$$u_1(0,y) = u_4(0,y) = \tau_4(y), \ \ 0 \le y \le 1,$$

$$u_{1x}(0,y) = u_{4x}(0,y) = \nu_4(y), \ \ 0 \le y \le 1,$$

$$u_{1xx}(0,y) = u_{4xx}(0,y) = \mu_4(y), \ \ 0 \le y \le 1.$$

Теорема. *Если* $\varphi_1, \ \varphi_2 \in C^3[0,1], \ \varphi_4 \in C^2[0,1], \ \psi_1 \in C^3\left[0, \frac{1}{2}\right]$, $\psi_2 \in C^3[-1,0]$, $\psi_4 \in C^2[-1,0]$, *причем выполняются условия согласования* $\psi_2(0) = \psi_1(0)$, $\tau_2(-1) = \psi_2(-1) = \varphi_2(0)$, ${\tau'}_2(-1) = \sqrt{2}\psi_4(-1) - {\varphi'}_2(0)$, $\varphi_4(0) + {\varphi'}_2(0) = \sqrt{2}\psi_4(-1)$, *то задача 1 допускает единственное решение.*

Эта теорема доказывается с помощью методов теории дифференциальных и интегральных уравнений и метода продолжения.

ПРИНЦИП МИНИМИЗАЦИИ ЭМПИРИЧЕСКОГО РИСКА НА ОСНОВЕ УСРЕДНЯЮЩИХ АГРЕГИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

© Шибзухов З.М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: szport@gmail.com

В работе предлагается расширенный вариант принципа минимизации эмпирического риска [1]. Он строится на основе применения усредняющих агрегирующих функций [2,3] для вычисления риска, вместо среднего арифметического. Это оправдано, например, если распределение потерь имеет выбросы или существенно искажено, отчего оценка риска с самого начала является смещенной. Поэтому при оптимизация параметров в задаче регрессии и классификации следует изначально использовать робастную оценку среднего риска. Такие оценки среднего риска можно построить, используя усредняющие агрегирующие функции, которые являются решением задачи минимизации штрафной функции за отклонение от своего среднего значения.

Для поиска параметров, минимизирующих расширенный эмпирический риск предложена новая процедура, которая является расширенным аналогом процедуры итерационно перевзвешивания, применяемой в рамках М-метода [4,5].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 15-01-03381-а.

Литература

1. *Vapnik V.* The Nature of Statistical Learning Theory. Information Science and Statistics. Springer-Verlag. 2000.

2. *Mesiar R., Komornikova M., Kolesarova A., Calvo T.* Aggregation functions: A revision. In H. Bustince, F. Herrera, J. Montero, editors, Fuzzy Sets and Their Extensions: Representation, Aggregation and Models. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.

3. *Grabich M., Marichal J.-L., Pap E.* Aggregation Functions. Series: Encyclopedia of Mathematics and its Applications. № 127. Cambridge University Press, 2009.

4. *Huber P.J.* Robust Statistics. NY: John Wiley and Sons. 1981.

5. *Хьюбер П.* Робастность в статистике. М.: Мир, 1984.

АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА РЕШЕНИЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

© Шогенова Е. М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: shogenovae@inbox.ru

Априорные оценки решений краевых задач для уравнений дробного порядка получены в работе [1]. В [2] рассмотрены разностные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка.

В прямоугольнике $\bar{Q}_T = \{(x,t) : 0 \le x \le 1, 0 \le t \le T\}$ рассмотрим первую краевую задачу:

$$\partial_{0t}^{\alpha} u + \lambda D_{0t}^{-\beta} u_x = u_{xx} + f(x,t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \le T, \tag{1}$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{2}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \le x \le 1, \tag{3}$$

где $\partial_{0t}^{\alpha} u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^t u_\tau(x,\tau)(t-\tau)^{-\alpha} d\tau$ – дробная производная Капуто порядка α, $0 < \alpha < 1$, $D_{0t}^{-\beta} u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int\limits_0^t u(x,\tau)(t-\tau)^{\beta-1} d\tau$ – дробный интеграл Римана–Лиувилля порядка β, $0 < \beta < 1$, λ – заданное число.

Теорема. *Для решения $u(x,t)$ задачи* (1)–(3) *справедлива априорная оценка*

$$\|u\|_0^2 + D_{0t}^{-\alpha}\|u_x\|_0^2 \le M \left(D_{0t}^{-\alpha}\|f\|_0^2 + \|u_0\|_0^2 \right), \tag{4}$$

где $M > 0$ – известная постоянная.

Из априорной оценки (4) следует единственность и непрерывная зависимость решения задачи (1)–(3) от входных данных.

Литература

1. *Алиханов А.А.* Априорные оценки решений краевых задач для уравнений дробного порядка // Дифференц.уравнения. 2010. Т. 46, № 5. С. 658-664.
2. *Шхануков-Лафишев М.Х., Таукенова Ф.И.* Разностные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка // Журн. вчислит. мат. и мат. физики. 2006. Т. 46, № 10. С. 1871-1881.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА В ВИДЕ КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© Шумафов М.М.[1], Тлячев В.Б.[2]

Адыгейский государственный университет (Россия, Майкоп)

[1]e-mail: magomet_sh@mail.ru, [2]e-mail: tlyachev@adygnet.ru

Рассмотрим линейную стационарную однородную систему, возмущенную белым шумом в виде системы стохастических уравнений в смысле Ито

$$\begin{cases} dx(t) = (ax(t) + by(t))dt + (ex(t) + fy(t))d\xi(t), \\ dy(t) = (cx(t) + dy(t))dt + (gx(t) + hy(t))d\xi(t), \end{cases} \tag{1}$$

где a, b, c, d, e, f, g, h – вещественные константы, $x(t) = x(t,\omega)$, $y(t) = y(t,\omega)$ – случайные процессы, $\xi(t) = \xi(t,\omega)$ – винеровский процесс, ω – элементарное событие, $dx(t)$, $dy(t)$ и $d\xi(t)$ – стохастические дифференциалы процессов $x(t)$, $y(t)$ и $\xi(t)$ в смысле Ито. Предполагается, что задано вероятностное пространство (Ω, Σ, P), где Ω - пространство элементарных событий, Σ – σ-алгебра подмножеств из Ω, P – вероятностная мера на Σ.

На основе результатов, представленных в работе [1], получен алгоритм для решения задачи о построении функций Ляпунова в виде квадратичных форм для двумерных линейных стохастических систем и установлении критериев экспоненциальной устойчивости в среднем квадратическом. Согласно алгоритму построены функции Ляпунова в различных коэффициентных случаях. Далее на основе построенных функций Ляпунова получены необходимые и/или достаточные условия устойчивости по вероятности и экспоненциальной устойчивости в среднем квадратическом для рассматриваемых систем. Приведены аналитические выражения бифуркационного значения интенсивности белого шума, действующего на параметры системы. В качестве примера рассматривается уравнение упругих колебаний в среде, коэффициенты которых подвержены случайному возмущению "белым шумом".

Литература

1. *Хасьминский Р.З.* Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. М.: Наука, 1969. 368 с.

АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С УСЛОВИЕМ САМАРСКОГО ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© Шхагапсоев А.М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: sh2ps@yandex.ru

Постановка задачи. *В прямоугольнике* $\bar{D} = \{(x, y) : 0 \le x \le r, 0 \le y \le h\}$ *рассмотрим следующую краевую задачу:*

$$\partial_{0y}^{\alpha} u = \lambda_1 u_{xxx} + \lambda_2 u, \quad 0 < x < r, \quad 0 < y \le h, \tag{1}$$

$$u(0, y) = u(r, y) = 0, \quad \int\limits_0^r u(x, y)dx = 0, \quad 0 \le y \le h, \tag{2}$$

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad 0 \le x \le r, \tag{3}$$

где $\partial_{0y}^{\alpha}u(x,y) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\int\limits_0^y u_\tau(x,\tau)(y-\tau)^{-\alpha}d\tau$ *– дробная производная Капуто порядка* α, $0 < \alpha < 1$ *[1],* λ_1, λ_2 *– известные постоянные.*

В дальнейшем будем предполагать существование решения $u(x,y) \in C^{3,1}$ задачи (1)–(3), где $C^{3,1}(\bar{D})$ – класс функций, непрерывных вместе со своими частными производными третьего порядка по x и первого порядка по y на $\bar{D}$.

Введем следующие обозначения:

$\|u\|_0^2 = \int\limits_0^r u^2(x,y)dx$, $D_{0y}^{-\alpha}u = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_0^y u(x,\tau)(y-\tau)^{\alpha-1}d\tau$ – дробный интеграл Римана–Лиувилля порядка α [2, с. 9].

Теорема. *Если* $\lambda_2 < 0$, *то для решения* $u = u(x,y)$ *задачи* (1)–(3) *справедлива априорная оценка*

$$\|u\|_0^2 + D_{0y}^{-\alpha}\|u_x\|_0^2 \le M\|\tau'\|_0^2, \tag{4}$$

где $M > 0$ *– известная постоянная.*

Из априорной оценки (4) следует единственность и непрерывная зависимость решения задачи от входных данных.

Литература

1. *Caputo M.* Elasticita e Dissipazione. Bologna: Zanichelli, 1969. 150 p.

2. *Нахушев А.М.* Дробное исчислеие и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.

ЗАДАЧА НЕЙМАНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С РАЗЛИЧНЫМИ НАЧАЛАМИ

© Энеева Л.М.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: eneeva72@list.ru

Рассмотрим уравнение

$$D_{0x}^{\alpha}\partial_{1x}^{\alpha}u(x) - \lambda u(x) = 0, \tag{1}$$

D_{0x}^{α} – оператор дробного интегро-дифференцирования Римана–Лиувилля с началом в точке $x = 0$; ∂_{1x}^{α} – дробная производная Капуто порядка с началом в точке $x = 1$; $0 < \alpha < 1$; λ – спектральный параметр; $x \in]0,1[$.

Дифференциальные уравнения с операторами дробного интегрирования и дифференцирования, как правило, лежат в основе математических моделей физических и геофизических процессов в неоднородных средах [1]. Уравнение (1) представляет собой модельное уравнение движения во фрактальной среде, возникающее при использовании понятия эффективной скорости [2], [3].

Ранее, в работах [4], [5] показано, что задача Дирихле для уравнения (1) имеет бесконечное число собственных значений (вещественных и положительных) и собственных функций, образующих полную ортогональную систему в $L_2(0,1)$, и найдена оценка первого собственного значения.

В настоящей работе исследуется следующая краевая задача, которую естественно назвать задачей Неймана: *найти решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям*

$$\lim_{x\to 0} D_{0x}^{\alpha-1}\partial_{1x}^{\alpha}u(x)=a, \qquad \lim_{x\to 1} D_{0x}^{\alpha-1}\partial_{1x}^{\alpha}u(x)=b.$$

Литература

1. *Нахушев А. М.* Дробное исчисление и его применение. М: Физматлит, 2003. 272 с.
2. *Рехвиашвили С.Ш.* К определению физического смысла дробного интегродифференцирования // Нелинейный мир. 2007. Т. 5, № 4. С. 194-197.
3. *Рехвиашвили С.Ш.* Формализм Лагранжа с дробной производной в задачах механики // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30, № 2. С. 33-37.
4. *Энеева Л.М.* Краевая задача для дифференциального уравнения с производными дробного порядка с различными началами // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2015. Т. 3, № 2 (11). С. 39–44.
5. *Энеева Л.М.* Оценка первого собственного значения задачи Дирихле для обыкновенного дифференциального уравнения с производными дробного порядка с различными началами // Известия КБНЦ РАН. 2017. № 1 (75).

О ФОРМУЛЕ ОБРАЩЕНИЯ ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА С ФУНКЦИЕЙ ГУМБЕРТА В ЯДРЕ

© Эргашев Т.Г.

Ташкентский институт ирригации и мелиорации (Узбекистан, Ташкент)
e-mail: ertuhtasin@mail.ru

При изучении задачи Трикоми для уравнения смешанного типа второго рода с двумя линиями вырождения и со спектральным параметром приходим к следующему интегральному уравнению:

$$\int\limits_0^x \left(\frac{t}{x}\right)^{\alpha} (x-t)^{-2\beta} \Xi_{20}\left(\alpha, 1-\alpha; 1-\beta; u, \lambda w\right) \nu(t) dt = \tau(x), \qquad (1)$$

где

$$u = -(x-t)^2/(4xt), \;\; w = (x-t)^2,$$

$$\Xi_{2k}(a,b,c;d,e;u,v) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b)_m (c)_{kn}}{m! n! (d)_{m+n} (e)_{kn}} u^m v^n, k = 0, 1,$$

а α, β и λ - действительные числа, причем $-1 < 2\beta < 2\alpha \leq 0$.

В настоящем сообщении при определенных ограничениях на функции $\nu(x)$ и $\tau(x)$ для уравнения (1) найдена формула обращения в виде

$$\nu(x) = \frac{sin 2\beta\pi}{2\beta\pi} x^{-2\alpha} \frac{d}{dx} \left\{ x^{\alpha} \int\limits_0^x t^{\alpha} (x-t)^{2\beta} \times \right.$$

$$\left. \times \Xi_{21} \left(-\alpha, 1+\alpha, \beta - \frac{1}{2}; 1+\beta, \beta + \frac{1}{2}; u, \lambda w \right) \tau'(t) dt \right\}. \qquad (2)$$

Отметим, что формула (2) при $\lambda = 0$ получена в работе [1].

Литература

1. *Смирнов М.М.* Решение в замкнутой форме уравнения Вольтерра с гипергеометрической функцией в ядре // Дифференциальные уравнения. 1982. Т. 18, № 1. С. 171-173.

НАЧАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПОРЯДКА

© Эфендиев Б.И.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН
(Россия, Нальчик)
e-mail: beslan_efendiev@mail.ru

В интервале $0 < x < l$ рассмотрим уравнение

$$Lu(x) \equiv \int\limits_0^1 K(x,\alpha) D_{0x}^{\alpha} u(x) d\alpha + \lambda u(x) = f(x), \qquad (1)$$

где

$$D_{0x}^{\alpha}u(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int\limits_0^x \frac{u(t)dt}{(x-t)^{\alpha+1}}, & \alpha < 0, \\ u(x), & \alpha = 0, \\ \frac{d^n}{dx^n} D_{0x}^{\alpha-n}u(x), & n-1 < \alpha \le n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

– оператор дробного интегродифференцирования Римана–Лиувилля порядка α [1], $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция Эйлера, $K(x,\alpha)$, $f(x)$ – заданные функции, λ – const.

Задача. *Найти решение* $u(x)$ *уравнения (1) в области* $]0, l[$, *удовлетворяющее условию*

$$\lim_{x\to 0} \int\limits_0^1 K(x,\alpha) D_{0x}^{\alpha-1}u(x)d\alpha = u_0, \tag{2}$$

где u_0 *– заданная постоянная.*

В данной работе построено фундаментальное решение уравнения (1). Найдено в явном виде решение начальной задачи (2) для уравнения (1). Доказана теорема единственности и существования решения рассматриваемой задачи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00462-а.

Литература

1. *Нахушев А.М.* О непрерывных дифференциальных уравнениях и их разностных аналогах // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300, № 4. С. 796-799.

THE NEW PRESENTATION OF THE GENERALIZED SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR HYPERBOLIC EQUATION

© **Abdullayev A.A.**

Institute of Irrigation and Melioration of Tashkent (Uzbekistan, Tashkent)
e-mail: akmal09.07.85@mail.ru

ON A FINITE NON-SOLVABLE GROUP WHOSE THE PRIME GRAPH CONTAINS NO TRIANGLES

© Alekseeva O., Kondrat'ev A.

Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS
(Russia, Ekaterinburg)
e-mail: a.s.kondratiev@imm.uran.ru

Let G be a finite group. Denote by $\pi(G)$ the set of all prime divisors of the order of G. The prime graph (or the Gruenberg-Kegel graph) of G is the graph whose the vertex set is $\pi(G)$, and two vertices p and q are adjacent if and only if G contains an element of order pq.

The authors investigate the problem of the description of the structure of a finite group G whose the prime graph contains no triangles (3-cycles). It is easy to see that the quotient $G/S(G)$ of G by the solvable radical $S(G)$ is almost simple.

In [1], we found the isomorphic types of prime graphs and estimates of the Fitting length for solvable groups G and determined almost simple groups G.

In [2], we proved that $|\pi(G)| \leq 8$ and $|\pi(S(G))| \leq 3$ for non-solvable groups G. Moreover, a detailed description of the structure of a non-solvable group G in the case when $\pi(S(G))$ contains a number not dividing the order of the group $G/S(G)$ (if $|\pi(S(G))| = 3$, then it is always so).

In the given work, we prove the following theorem.

Theorem. *Let G be a finite non-solvable group whose prime graph contains no triangles. If $S(G) = O_r(G) \neq 1$ for some prime divisor $r > 3$ of the order of $G/S(G)$ then one of the following statements holds:*

(a) $G/S(G)$ is isomorphic to $Sz(2^f)$, where either $f = 9$, or f is an odd prime;

(b) $G/S(G)$ is isomorphic to $Aut(Sz(8))$ for $r \in \{7, 13\}$;

(c) $G/S(G)$ is isomorphic to $Aut(Sz(32))$ for $r = 5$.

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project № 15-11-10025.

References

1. *Alekseeva O.A., Kondrat'ev A.S.* Finite groups whose prime graphs do not contain triangles. I // Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN. 2015. 21:3. Pp. 3-12. [in Russian].
2. *Alekseeva O.A., Kondrat'ev A.S.* Finite groups whose prime graphs do not contain triangles. II // Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN. 2016. 22:1. Pp. 3-13. [in Russian].

A DIFFERENCE SCHEMES WITH HIGHER ORDER OF APPROXIMATION FOR FRACTIONAL DIFFUSION EQUATION

© **Alikhanov A.A.**

Institute for Applied Mathematics and Automation of KBSC RAS
(Russia, Nalchik)
e-mail: aaalikhanov@gmail.com

In the paper [1] has been found a special point for the interpolation approximation of the Caputo fractional derivative and derived a numerical differentiation $L2 - 1_\sigma$ formula to approximate the Caputo fractional derivative at this point with the numerical accuracy of order $3 - \alpha$ uniformly. In the paper [2] a new difference analog of the Caputo fractional derivative with the order of approximation $3 - \alpha$, called $L1 - 2$ formula, is constructed. On the basis of this formula calculations of difference schemes for the time-fractional sub-diffusion equations. However, until now stability and convergence of difference schemes constructed on the basis of the formula $L1 - 2$ remains a challenge.

In the present paper, insignificantly modified formula $L1 - L2$ is proposed. The basic properties of this difference operator are investigated and on its basis difference schemes of higher order of approximation for the fractional, variable and distributed – order diffusion equation are constructed. The stability and convergence of the difference schemes are proved. The obtained results are supported by the numerical calculations carried out for some test problems.

References

1. *Alikhanov A.A.* A new difference scheme for the time fractional diffusion equation // Journal of Computational Physics. 2015. Vol. 280. Pp. 424-438.
2. *Gao G.H., Sun Z.Z., Zhang H.W.* A new fractional numerical differentiation formula to approximate the Caputo fractional derivative and its applications // Journal of Computational Physics. 2014. Vol. 259. Pp. 33-50.

LIGHT GAUGE BOSON PRODUCTION IN LEPTON-LEPTON COLLISIONS

© Alikhanov I.A.

Institute for Nuclear Research of the RAS (Russia, Moscow)
Institute of Applied Mathematics and Automation of KBSC RAS (Russia, Nalchik)
e-mail: ialspbu@gmail.com

New gauge bosons appear within many new physics models [1]. In this paper, we are interested in neutral light gauge bosons Z' ($m_{Z'} \lesssim 1$ GeV) coupling to the Standard Model leptons. They can be produced at electron–positron and hadron colliders. They are able to manifest themselves in neutrino scattering processes as well.

Assuming the following interaction:

$$\mathcal{L} = \bar{l}(g_{V'} - g_{A'}\gamma^5)\gamma^\mu l Z'_\mu \tag{1}$$

we investigate the angular distributions of the produced bosons in reactions

$$l\,\bar{l} \to Z'Z', \tag{2}$$

where l stands for the leptons. We also propose a probability density function of finding a vector boson in a lepton.

The obtained results can be useful for studies of new physics beyond the Standard Model.

References

1. *Langacker P.* Reviews of Modern Physics. 2009. Vol. 81. Pp. 1199-1228.

ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF SELF-SIMILAR SOLUTIONS FOR A DEGENERATE PARABOLIC SYSTEM IN NON-DIVERGENCE FORM

© Aripov M.[1], Matyakubov A.[2]

National University of Uzbekistan (Uzbekistan, Tashkent)
[1]e-mail: mirsaidaripov@mail.ru, [2]e-mail: almasa@list.ru

Consider the parabolic system in non-divergence form with Cauchy conditions

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= v^{m_1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|^{p-2}\frac{\partial u}{\partial x}\right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= u^{m_2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\left|\frac{\partial v}{\partial x}\right|^{p-2}\frac{\partial v}{\partial x}\right), \end{aligned}\right\} \quad (t,x) \in Q, \tag{1}$$

$$u\left(0,x\right)=u_0\left(x\right),\;\;v\left(0,x\right)=v_0\left(x\right),\;\;\; x\in R, \tag{2}$$

where $Q=\{(t,x):\,t>0,\,x\in R\},\,p,m_1,m_2$ are positive constants, the functions $u=u(t,x)\geq 0,\,v=v(t,x)\geq 0$ are the solutions.

Non-divergence form equations and system equations these are often used to describe various physical phenomena, such as the diffusive process for biological species, the resistive diffusion phenomena in force-free magnetic fields, curve shortening flow, spreading of infectious disease and so on, see for [1-5]. Comparing with the classical divergence form equations are more close to the actual circumstances in some cases. For example, for the biological species, the diffusion of divergence form implies that the species is able to move to all locations within its environment with equal probability, but if we consider this problem with the objective conditions, the population density will affects the rate of diffusion, so a kind of "biased" diffusion equation will be more realistic, for the non-divergence form diffusion. The diffusion rate is regulated by population density, that is increasing for large populations and decreasing for small populations.

In this paper an asymptotic behavior of self-similar solutions for a degenerate parabolic system not in divergence form (1) for slow and the fast diffusion cases depending on value of the numerical parameters is studied.

We introduce the notations $b_{1i}=p^{-p}(\gamma_i-1)^{-1}\left|\frac{(p-2)^2-m_1m_2}{p-2-m_i}\right|^{p-2}$, $b_{2i}=c\,a^{\frac{p-1}{p}}p^{1-p}(1-\gamma_i)^{-1}|\alpha_i|^{2-p}$, $\gamma_i=\frac{(p-1)(p-2-m_i)}{(p-2)^2-m_1m_2}$, $i=1,2$,

$$\tau\left(t\right)=\begin{cases}\frac{(T+t)^{1-\alpha_1(p-2)-\alpha_2m_1}}{1-\alpha_1(p-2)-\alpha_2m_1}, & at\;\; 1-\alpha_1\left(p-2\right)-\alpha_2m_1>0,\\ -\frac{(T+t)^{1-\alpha_1(p-2)-\alpha_2m_1}}{1-\alpha_1(p-2)-\alpha_2m_1}, & at\;\; 1-\alpha_1\left(p-2\right)-\alpha_2m_1<0.\end{cases}$$

Assume $\alpha_2m_1+\alpha_1\left(p-2\right)=\alpha_1m_2+\alpha_2\left(p-2\right)$. Then the following theorems are valid.

Theorem 1. *Let* $1-\alpha_1\left(p-2\right)-\alpha_2m_1\neq 0,\;\; m_i<1,\;\; i=1,2$. *Then compactly supported solution of the problem (1), (2) has an asymptotic*

$$u_A\left(t,x\right)=c_1(T+t)^{-\alpha_1}\left(a-\left(x\tau^{-1/p}\right)^{\frac{p}{p-1}}\right)^{\gamma_1}(1+o(1)),$$
$$v_A\left(t,x\right)=c_2(T+t)^{-\alpha_2}\left(a-\left(x\tau^{-1/p}\right)^{\frac{p}{p-1}}\right)^{\gamma_2}(1+o(1)),$$

at $x\rightarrow a^{\frac{p-1}{p}}\tau^{\frac{1}{p}}$ *where the coefficients* c_i *(i=1,2) are solution of the systems of nonlinear algebraic equations*

$$c_1^{p-2}c_2^{m_1}=b_{11}\,,\;\;\; c_2^{p-2}c_1^{m_2}=b_{12}\,.$$

Theorem 2. *Let* $1-\alpha_1(p-2)-\alpha_2 m_1=0,\ m_i>1,\ i=1,2$. *Then compactly supported solution of the problem (1), (2) has the asymptotic*

$$u_A(t,x)=c_1(T+t)^{-\alpha_1}\left(a-(c\ln(T+t)-x)^{\frac{p}{p-1}}\right)^{\gamma_1}(1+o(1)),$$
$$v_A(t,x)=c_2(T+t)^{-\alpha_2}\left(a-(c\ln(T+t)-x)^{\frac{p}{p-1}}\right)^{\gamma_2}(1+o(1)),$$

at $x\to c\ln(T+t)-a^{\frac{p-1}{p}}$, *where the coefficients* c_i *(i=1,2) are solution of the systems of nonlinear algebraic equations*

$$c_1^{p-2}c_2^{m_1}=b_{21}\,,\ c_2^{p-2}c_1^{m_2}=b_{22}\,.$$

References

1. *Gao Y., Meng Q., Guo Y.* Study of properties of solutions for quasilinear parabolic systems // MATEC Web of Conferences. 2016. 61 (1). Pp. 1-4.
2. *Zhou Sh., Zheng S.* Asymptotic behavior of solutions to a degenerate parabolic equation with a gradient source term // Asymptotic Anal. 2015. Vol. 91, № 2. Pp. 91-102.
3. *Zhou S., Tang X., Yang C.* A doubly degenerate diffusion equation not in divergence form with gradient term // Boundary value problems. 2016. Vol. 2016, 2016:126. Pp. 1-19.
4. *Aripov M., Matyakubov A.S.* To properties solutions of a cross-diffusion parabolic system not in divergence form // Universal journal of computational math. 2017. 5(1). Pp. 1–7.
5. *Aripov M., Matyakubov A.S.* Self-similar solutions of a cross-diffusion parabolic system with variable density: explicit estimates and asymptotic behaviour // Nanosystems: physics, chemistry, mathematics. 2017. 8 (1). Pp. 5–12.

CRITICAL CURVE OF THE CROSS SYSTEM OF NON-NEWTONIAN POLYTROPIC FILTRATION EQUATIONS

© Aripov M.[1], Rakhmonov Z.[2]

National University of Uzbekistan (Uzbekistan, Tashkent)

[1]e-mail: mirsaidaripov@mail.ru, [2]e-mail: zraxmonov@inbox.ru

In this paper, we investigate the existence and non-existence of global weak solutions to the following system of parabolic equations with nonlinear boundary flux

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(v^{m_1-1}\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|^{p-2}\frac{\partial u}{\partial x}\right), \\ \frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(u^{m_2-1}\left|\frac{\partial v}{\partial x}\right|^{p-2}\frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad x\in R_+,\ \ t>0, \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} -v^{m_1-1}\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|^{p-2}\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = u^{q_1}(0,t), \\ -u^{m_2-1}\left|\frac{\partial v}{\partial x}\right|^{p-2}\frac{\partial v}{\partial x}(0,t) = v^{q_2}(0,t), \qquad t>0, \end{cases} \tag{2}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad v(x,0) = v_0(x), \quad x \in R_+, \tag{3}$$

where $m_i, q_i > 0$, $(i=1,2)$, $p > \max\{m_1, m_2\}+1$, u_0, v_0 are nonnegative continuous functions with compact supports in R_+.

Nonlinear parabolic equations like (1) appear in several branches of applied mathematics. They have been used as mathematical model of example, chemical reactions, heat transfer, population dynamics (see [1, 2] and the references therein).

In this paper, we will construct various kinds of self-similar supersolutions and subsolutions to obtain the critical global existence curve of system (1)–(3). The critical curve of Fujita type is conjectured with the aid of some new results. An interesting feature of our results is obtaining the principal term of compactly supported global solutions of problem (1)–(3).

Let us introduce the notations

$$\alpha_i = \frac{(p-1)(pq_{3-i}+m_i-2p+1)}{(pq_i-2(p-1))(pq_{3-i}-2(p-1))-\prod\limits_{j=1}^{2}(m_i-1)},$$

$$\beta_i = \frac{p\prod\limits_{j=1}^{2}q_j-(p-1)(q_i(m_i+1)+pq_{3-i}-2(p-1))+(p-m_{3-i})(m_i-1)}{(pq_i-2(p-1))(pq_{3-i}-2(p-1))-\prod\limits_{j=1}^{2}(m_j-1)}, \ (i=1,2).$$

Theorem. *Assume* $(pq_1-2(p-1))(pq_2-2(p-1)) > (m_1-1)\times$ $\times(m_2-1)$.

1) If $\min\{-\alpha_i+\beta_i\} > 0$, $(i=1,2)$, *then there exists a global solution to system (1)–(3);*

2) If $\max\{-\alpha_i+\beta_i\} < 0$, $i=(1,2)$, *then every nonnegative nontrivial solution of (1)–(3) blows up in finite time.*

References

1. *Li Z.P. and Mu C.L.* Critical curves for fast diffusive non-Newtonian equations coupled via nonlinear boundary flux // J. Math. Anal. Appl. 2008. 340 (2). Pp. 876-883.

2. *Y. Mi, Ch. Mu, B. Chen.* A nonlinear diffusion system coupled via nonlinear boundary flux // J. Math. Anal. Appl. 2011. 376 (2). Pp. 613-624.

AUTOMORPHISM GROUP OF DISTANCE-REGULAR GRAPH WITH INTERSECTION ARRAY $\{35, 32, 1; 1, 4, 35\}$

© **Bitkina V.**[1], **Makhnev A.**[2]

[1]North Ossetian State University (Russia, Vladikavkaz)
e-mail: bviktoriyav@mail.ru
[2]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS (Russia, Yekaterinburg)
e-mail: makhnev@imm.uran.ru

We consider nondirected graphs without loops and multiple edges. For vertex a of a graph Γ the subgraph $\Omega_i(a) = \{b \mid d(a,b) = i\}$ is called i-neighboorhod of a in Γ. We set $[a] = \Gamma_1(a)$, $a^\perp = \{a\} \cup [a]$.

Automorphisms of distance-regular graph with intersection array $\{35, 32, 1; 1, 4, 35\}$ are founded in [1].

Proposition. *Let Γ be a distance-regular graph with intersection array $\{35, 32, 1; 1, 4, 35\}$, $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$, g be an element of prime order p of G and $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$ contains s vertices in t antipodal classes. Then $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7\}$ and one of the following holds:*

(1) *Ω is empty graph, either $p = 3$, $\alpha_1(g) = 18(2n+m)$ and $\alpha_3(g) = 27m$, or $p = 2$, $\alpha_3(g) = 0$ and $\alpha_1(g) = 12(2l + 3)$;*

(2) *Ω is subset of antipodal class, $\alpha_3(g) = 9 - s$ and either*

(*i*) *$p = 5$, $s = 4$ and $\alpha_1(g) = 60l - 10$ or $s = 9$ and $\alpha_1(g) = 60l + 15$, or*

(*ii*) *$p = 7$, $s = 2$ and $\alpha_1(g) = 84l + 28$ or $s = 9$ and $\alpha_1(g) = 84l - 21$;*

(3) *$p = 3$, $s = 3$, $t = 9$, $\alpha_3(g) = 54$, $\alpha_1(g) = 9(4l - 15)$ and local subgraph of Ω is the union of two isolated 4-gons or 8-gon;*

(4) *$p = 2$, $\alpha_3(g) = t(9 - s)$ and either*

(*i*) *Ω is the union of two antipodal classes and $\alpha_1(g) = 6(4l-13)$, or*

(*ii*) *$t = 4$, $s = 5, 7, 9$ and every connected component of Ω is 4-clique or cube;*

(*iii*) *$t = 6$, $s = 3, 5$ or $s = 3$ and $t = 8, 10$.*

In this paper vertex-symmetric distance-regular graph with intersection array $\{35, 32, 1; 1, 4, 35\}$ are investigated.

Theorem. *Let Γ be a distance-regular graph with intersection array $\{35, 32, 1; 1, 4, 35\}$, $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$ be a nonsolvable group acting transitively on the vertex set of Γ. Then $S(G)$ is $\{2, 3\}$-group and for the socle $\bar{T}$ of $\bar{G} = G/S(G)$ and for global stabilizer S of antipodal class in T one of the following holds:*

(1) *$\bar{T} \cong A_5$, $\bar{S} = Z_5, Z_5.Z_2$ and $|S(G) : S(G)_a|$ is devided by 27;*

(2) $\bar{T} \cong A_6$, $\bar{S} \cong A_5$ *and* $|S(G) : S(G)_a|$ *is devided by* 27.

Corollary. *Let* Γ *be a distance-regular graph with intersection array* $\{35, 32, 1; 1, 4, 35\}$*, and the group* $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$ *acts transitively on the vertex set of* Γ*. Then* G *is solvable.*

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project №15-11-10025.

References

1. *Tsiovkina L.Yu.* On automorphisms of distance-regular graph with intersection array $\{35, 32, 1; 1, 4, 35\}$ // Trudy of IMM UB RAS. 2014. Vol. 455, № 2. Pp. 305-310.

ON PRIME SPECTRA OF MAXIMAL SUBGROUPS IN FINITE GROUPS

© Chi Zhang[1], Wenbin Guo[2], Maslova N.V.[3], Revin D.O.[4]

[1,2]University of Science and Technology of China (China, Hefei)

[1]e-mail: zcqxj32@mail.ustc.edu.cn, [2]e-mail: wbguo@ustc.edu.cn

[3]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS, Ural Federal University (Russia, Yekaterinburg)

[3]e-mail: butterson@mail.ru

[4]Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk state university (Russia, Novosibirsk)

[4]e-mail: danila.revin@gmail.com

For a positive integer n, we denote by $\pi(n)$ the set of prime divisors of n. For a finite group G, the set $\pi(G) := \pi(|G|)$ is called *prime spectrum* of G. Let

$$\begin{aligned} I(G) &= \max\{|\pi(|G : M|)| : M \lessdot G\},\\ K(G) &= \max\{|\pi(G)| - |\pi(M)| : M \lessdot G\},\\ k(G) &= \min\{|\pi(G)| - |\pi(M)| : M \lessdot G\}, \end{aligned}$$

where $M \lessdot G$ means that M is a maximal subgroup of G. Note that

$$k(G) \leq K(G) \leq I(G).$$

It is well known that $I(G) \leq 1$ for every solvable group G and $I(G)$ is unbounded for some nonsolvable groups. The following problem naturally arises.

Problem. *Are* $k(G)$ *and* $K(G)$ *bounded by some constant* k?

This problem for $K(G)$ was possed by V. Monakhov at Gomel Algebraic Seminar and was pointed by A. Skiba as Problem 9.5 in [1].

By using some well-known number theoretical results, we prove the following theorem.

Theorem. *Both $K(G)$ and $k(G)$ are unbounded in general.*

This result means that [1, Problem 9.5] is solved in the negative.

The first and second authors were supported by the NNSF of China (11371335) and Wu Wen-Tsun Key Laboratory of Mathematics of Chinese Academy of Sciences. The third author was supported by the grant of the President of the Russian Federation for young scientists (grant № MK-6118.2016.1) and the Program for State Support of Leading Universities of the Russian Federation (agreem. №02.A03.21.0006 of August 27, 2013). The fourth author is supported by Chinese Academy of Sciences President's International Fellowship Initiative (PIFI), grant № 2016VMA078.

References

1. *Skiba A.N.* On some results in the theory of finite partially soluble groups // Communic. in Math. and Stat. 2016. Vol. 4, № 3. Pp. 1-29.

ON THE STRUCTURE OF LOCALLY FINITE SUBGROUPS OF FINITARY LINEAR GROUP OVER A DEDEKIND RING

© Dashkova O.Yu.[1], Salim M.A.[2], Shpyrko O.A.[1]

[1]The Branch of Moskow State University in Sevastopol (Russia, Sevastopol)

[2]United Arab Emirates University (United Arab Emirates, Al Ain)

[1]e-mail: odashkova@yandex.ru

Let $FL_\nu(K)$ be the finitary linear group where K is a ring with the unit, ν is a linearly ordered set. $FL_\nu(K)$ is investigated in [1, 2]. In particular the finitary unitriangular group $UT_\nu(K)$ is studied in [2].

The main result of this paper is the theorem.

Theorem. *If G is a periodic subgroup of $FL_\nu(K)$, K is a Dedekind ring then G is locally finite. If ν is countable then $G = \cup_{i\in\mathbb{N}} G_i$ where $G_1 \leq G_2 \leq \cdots \leq G_i \leq \cdots$ and the following conditions are true: (1) G_i has the normal nilpotent subgroup N_i such that G_i/N_i is countable fo any $i \in \mathbb{N}$; (2) $N_1 N_2 \cdots N_i \cdots$ is a subgroup of G; (3) $N_1 N_2 \cdots N_i / N_i$ is countable fo any $i \in \mathbb{N}$.*

References

1. *Levchuk V.M.* Some locally nilpotent rings and their adjoined groups // Math. Notes. 1987. Vol. 42, № 5. Pp. 631-641.

2. *Merzlyakov Yu.I.* Equsubgroups of unitriangular groups: the criterion of self-normalization // Rep. of the Acad. of Sc. 1994. Vol. 339, № 6. Pp. 732-735.

FRACTIONAL ORDER DEGENERATE EVOLUTION EQUATIONS IN THE SECTORIAL CASE

© Fedorov V.E.[1], Romanova E.A.[2]

Chelyabinsk State University (Russia, Chelyabinsk)

[1]e-mail: kar@csu.ru, [2]e-mail: linux_21@mail.ru

Let $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$ be reflexive Banach spaces, linear closed operators $L, M : \mathfrak{U} \to \mathfrak{V}$ have dense domains $D_L, D_M \subset \mathfrak{U}$. Denote by $\rho^L(M)$ the set of $\mu \in \mathbb{C}$, such that the operator $\mu L - M : D_L \cap D_M \to \mathfrak{V}$ is injective, and $R^L_\mu(M) \equiv (\mu L - M)^{-1} L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U})$, $L^L_\mu(M) \equiv L(\mu L - M)^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{V})$, i. e. the operators are bounded.

If $(L, M) \in \mathcal{H}^\alpha(\theta_0, a_0)$ [1], then $\mathfrak{U} = \mathfrak{U}^0 \oplus \mathfrak{U}^1$, $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}^0 \oplus \mathfrak{V}^1$, where $\mathfrak{U}^0 = \ker L$, $\mathfrak{V}^0 = \ker L^L_\mu(M)$, $\mathfrak{U}^1$ and $\mathfrak{V}^1$ are closures of the subspace $\mathrm{im} R^L_\mu(M)$ in $\mathfrak{U}$ and of $\mathrm{im} L^L_\mu(M)$ in the norm of $\mathfrak{V}$ respectively. Denote by P the projection on $\mathfrak{U}^1$ along $\mathfrak{U}^0$, and by Q the projection on $\mathfrak{V}^1$ along $\mathfrak{V}^0$, $L_k = L|_{\mathfrak{U}^k \cap D_L}$, $M_k = M|_{\mathfrak{U}^k \cap D_M}$, $k = 0, 1$. Then $L_1, M_1 \in \mathcal{C}l(\mathfrak{U}^1; \mathfrak{V}^1)$, $M_0 \in \mathcal{C}l(\mathfrak{U}^0; \mathfrak{V}^0)$, there exist $L_1^{-1} \in \mathcal{C}l(\mathfrak{V}^1; \mathfrak{U}^1)$, $M_0^{-1} \in \mathcal{C}l(\mathfrak{V}^0; \mathfrak{U}^0)$.

Let $\alpha > 0$, D^α_t be the Caputo derivative. The solution of equation

$$D^\alpha L u(t) = M u(t) + f(t) \tag{1}$$

with $f \in C([0, T); \mathfrak{V})$ is a function $u \in C(\mathbb{R}_+; D_M) \cap C(\mathbb{R}_+; D_L)$, such that $D^\alpha L u \in C([0, T); \mathfrak{V})$ and for all $t \in [0, T)$ equality (1) holds.

Theorem 1. *Let* $\alpha \in (0, 2)$, $(L, M) \in \mathcal{H}^\alpha(\theta_0, a_0)$, *and* $L_1^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{V}^1; \mathfrak{U}^1)$ *or* $M_1^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{V}^1; \mathfrak{U}^1)$. *Suppose that* $f : [0, T) \to \mathfrak{V}^0 \dot{+} L_1[D_{M_1}]$, $Qf \in C([0, T); D_{M_1 L_1^{-1}})$, $(I - Q)f \in C^m([0, T); \mathfrak{V})$, $u_k \in D_M$, $Pu_k \in D_L$, $k = 0, \dots, m-1$, *equalities* $D^k_t M_0^{-1}(I - Q) f(t)|_{t=0} = -(I - P) u_k$, $k = 0, \dots, m-1$, *are valid. Then there exists a unique solution of the Cauchy problem* $u^{(k)}(0) = u_k$, $k = 0, 1, \dots, m-1$, *for equation (1), and it has form*

$$u(t) = \int_0^t U_{\alpha,\alpha}(t - s) L_1^{-1} Q f(s) ds + \sum_{k=0}^{m-1} U_{\alpha,k+1}(t) u_k - M_0^{-1}(I - Q) f(t),$$

where $U_{\alpha,k} = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_\Gamma \mu^{\alpha-k} R^L_{\mu^\alpha}(M) e^{\mu t} d\mu$,

$\Gamma = \{\mu \in \mathbb{C} : |\arg(\mu - a_0 - 1)| = \theta_0, \mu = a_0 + 1\}$.

References

1. *Fedorov V.E., Romanova E.A., Debbouche A.* Analytic in a sector resolving operators families of degenerate evolution equations of fractional order // Sib. J. of Pure and Appl. Math. 2016. Vol. 16, № 2. Pp. 93-107. [In Russian].

ON SPLITTING OF THE NORMALIZER OF A MAXIMAL TORUS IN GROUPS OF LIE TYPE

© Galt A.A.
Sobolev Institute of Mathematics (Russia, Novosibirsk)
e-mail: galt84@gmail.com

Finite groups of Lie type arise from linear algebraic groups as the set of fixed points of a Steinberg endomorphism. Let $\overline{G}$ be a simple connected linear algebraic group over the algebraic closure $\overline{\mathbb{F}}_p$ of a finite field of positive characteristic p. Let σ be a Steinberg endomorphism and $\overline{T}$ a maximal σ-invariant torus of $\overline{G}$. It's well known that all the maximal tori are conjugated in $\overline{G}$ and the quotient $N_{\overline{G}}(\overline{T})/\overline{T}$ is isomorphic to the Weyl group W of $\overline{G}$. The following problem arises.

Problem 1. *Describe the groups $\overline{G}$ in which $N_{\overline{G}}(\overline{T})$ splits over $\overline{T}$.*

A similar problem arises in simple groups of Lie type. Let $T = \overline{T} \cap G$ be a maximal torus in a finite group of Lie type G, $N(G,T) = N_{\overline{G}}(\overline{T}) \cap G$ an algebraic normalizer of G.

Problem 2. *Describe the groups G and their maximal tori T in which $N(G,T)$ splits over T.*

The problem of splitting of the normalizer of a maximal torus was stated by J.Tits in [1]. An answer to Problem 1 for simple Lie groups was given in [2]. Problems 1, 2 were solved for the most of groups of Lie type in series of papers [3–5].

References

1. *Tits J.* Normalisateurs de tores I. Groupes de Coxeter Étendus // Journal of Algebra. 1966. Vol. 4. Pp. 96-116.
2. *Curtis M., Wiederhold A., Williams B.* Normalizers of maximal tori // Sympos. Battelle Seattle Res. Center, Seattle, Wash., Springer, Berlin. Lecture Notes in Math. 1974. Vol. 418. Pp. 31-47.
3. *Galt A.A.* On the splitting of the normalizer of a maximal torus in symplectic groups // Izvestiya: Mathematics. 2014. 78:3. Pp. 443-458.
4. *Galt A.A.* On splitting of the normalizer of a maximal torus in linear groups // Journal of Algebra and its Applications. 2015. Vol. 14. 20 p.
5. *Galt A.A.* On the splitting of the normalizer of a maximal torus in exceptional linear algebraic groups // Izvestiya: Mathematics. 2017.

WEAKLY UNIFORMLY DISTRIBUTION OF THE SUM OF UNITARY DIVISORS

© Gromakovskaya L.A.[1], Shirokov B.M.[2]

Petrozavodsky State University (Russia, Petrozavodsk)

[1]e-mail: gromak_la@mail.ru, [2]e-mail: bmshir@mail.ru

The divisor d of n is called the unitary divisor if $\left(n, \dfrac{n}{d}\right) = 1$. The sum of unitary divisors of number n is denoted be $\sigma^*(n)$. For some fixed function $f(n)$ let's denote by $S(x,r)$ the number natural $n \le x$ for which $f(n) \equiv r (\operatorname{mod} N)$ for $x > 0$ and for r coprime with some module N.

Definition. *A function $f(n)$ be called weakly uniformly distributed modulo N if and only if for every r, $(r,N) = 1$*

$$\lim_{x\to\infty} \frac{S(x,1)}{S(x,r)} = 1$$

provided that the set $\{r \mid (r,N) = 1\}$ is infinite.

Further the designation $S(x,r)$ will be used for the function $\sigma^*(n)$.

Let χ be Dirichlet character modulo N, $\bar{N}$ be the squaerfree part of number N and $\varphi(n)$ be the Euler function.

Theorem 1. *If N is the odd number then for any positive integer n and for any character χ modulo N there are the polynomials $P_n(y)$ and $Q_n(y,\chi)$ such that for any r, $(r,N) = 1$, for $x \to \infty$*

$$S(x,r) = \frac{x}{\phi(N)} \left[\frac{1}{(\log x)^{1-\lambda}} \left(P_n\left(\frac{1}{\log x}\right) + O\left(\frac{1}{(\log x)^{n+1}}\right)\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_{\substack{\chi \ne \chi_0 \\ \chi^{\phi(\bar{N})} = \chi_0}} \frac{1}{(\log x)^{1-\mu}} \left(Q_n\left(\frac{1}{\log x}, \chi\right) + O\left(\frac{1}{(\log x)^{n+1}}\right)\right)\right],$$

where $\lambda \in (0,1)$ and $\mu \in (-\lambda, \lambda)$.

Theorem 2. *The function $\sigma^*(n)$ is weakly uniformly distributed modulo N if and only if N is odd.*

AUTOMORPHISMS OF DISTANCE-REGULAR GRAPH WITH INTERSECTION ARRAY $\{39, 30, 4; 1, 5, 36\}$

© **Gutnova A.**[1], **Makhnev A.**[2]

[1]North Ossetian State University (Russia, Vladikavkaz)
e-mail: gutnovaalina@mail.ru

[2]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS (Russia, Yekaterinburg)
e-mail: makhnev@imm.uran.ru

We consider nondirected graphs without loops and multiple edges. For vertex a of a graph Γ the subgraph $\Omega_i(a) = \{b \mid d(a,b) = i\}$ is called i-neighboorhod of a in Γ. We set $[a] = \Gamma_1(a)$, $a^\perp = \{a\} \cup [a]$.

Degree of an vertex a of Γ is the number of vertices in $[a]$. Graph Γ is called regular of degree k, if the degree of any vertex is equal k. The graph Γ is called strongly regular with parameters (v, k, λ, μ) if Γ is regular of degree k on v vertices, and $|[u] \cap [w]|$ is equal λ, if u adjacent to w, is equal μ, if u not adjacent to w.

Let Γ be a distance-regular graph with eigenvalues $\theta_0 > \theta_1 > \theta_2 > \theta_3$. If $\theta_2 = -1$, then by proposition 4.2.17 of [1] graph Γ_3 is strongly regular.

Let Γ be a distance-regular graph and graphs Γ_2, Γ_3 are strongly regular. If $k < 44$, then Γ has intersection array $\{19, 12, 5; 1, 4, 15\}$, $\{35, 24, 8; 1, 6, 28\}$ or $\{39, 30, 4; 1, 5, 36\}$. In the first and second cases by [2, page 211] and [3] graph does not exist.

In this paper automorphisms of distance-regular graph with intersection array $\{39, 30, 4; 1, 5, 36\}$ are founded.

Theorem. *Let Γ be a distance-regular graph with intersection array $\{39, 30, 4; 1, 5, 36\}$, $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$, g be an element of prime order p of G and $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$. Then $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7, 17\}$ and one of the following holds:*

(1) *Ω is empty graph, either $p = 5$, $\alpha_3(g) = 50s$ and $\alpha_2(g) = 75t$, $\alpha_1(g) = 200l$, or $p = 3$, $\alpha_3(g) = 30s$ and $\alpha_2(g) = 45t$, or $p = 2$, $\alpha_2(g) = 0$ and $\alpha_3(g) = 20s$;*

(2) *Ω is n-cliqwue, either $p = 13$, $n = 1$ and $\alpha_3(g) = 130s + 26$ and $\alpha_2(g) = 195t + 39$, or $p = 2$, $n = 2, 4, 6$, $\alpha_3(g) = 20s - 4n$ and $\alpha_2(g) = 30t - 6n$;*

(3) *Ω contains of l vertices at distance 3, $p = 3$ end either $l = 3$, $\alpha_3(g) = 30s - 12$, $s = 1, 2, ..., 6$, $\alpha_2(g) = 45t - 18$, or $l = 6$, $\alpha_3(g) = 6, 36$, $\alpha_2(g) = 45t - 36$;*

(4) *Ω contains vertices b, c at distance 2, $p = 2, 3$ u $|\Omega| \leq 60$.*

Corollary. *Let Γ be a distance-regular graph with intersection array $\{39, 30, 4; 1, 5, 36\}$, and the group $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$ acts transitively on the* *vertex set of* Γ. *Then* 13 *does not divide* $|G|$. *In particular,* G *acts intransitively on the arcs set of* Γ.

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project №15-11-10025.

References

1. *Brouwer A.E., Cohen A.M., Neumaier A.* Distance-Regular Graphs, Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New York, 1989.
2. *Degraer J.* Isomorph-free exhaustive generation algorithms for association chemes, PHD, promotor: prof K. Colsaet. Univ. Gent. 2007. 221 p.
3. *Jurisic A., Vidali J.* Extremal 1-codes in distance-regular graphs of diameter 3 // Des. Codes Cryptogr. 2012. Vol. 65. Pp. 29-47.

NUMERICAL SOLUTION FOR FRACTIONAL DIFFUSION-WAVE EQUATION WITH DELAY

© Hendy A.S.[1], Pimenov V.G.[2]

Department of Computational Mathematics and Computer Science,
Ural Federal University (Yekaterinburg, Russia)

[1]e-mail: ahmed.hendy@fsc.bu.edu.eg, [2]e-mail: v.g.pimenov@urfu.ru

A novel compact finite difference scheme is constructed to solve the fractional diffusion-wave equation with fixed time delay based on its equivalent integro-differential equation with delay. In the temporal direction, the product trapezoidal scheme is employed to treat the fractional integral term [1]. The convergence and stability of the scheme are proved. Numerical examples are also provided to verify the theoretical analysis. We consider a high order difference method based on fractional multistep method [2] for solving a class of non-linear time delay fractional diffusion-wave equation

$$\frac{1}{c}\frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial t^\alpha} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{K} f(x,t,u(x,t),u(x,t-s)), \qquad (1)$$

such that $1 < \alpha < 2$, $(x,t) \in (0,L) \times (0,T]$, endowed by the following initial and boundary conditions

$$u(x,t) = \phi(x,t), \quad x \in [0,L], \quad t \in [-s,0], \qquad (2)$$

$$\partial_t u(x,0) = \Phi(x) = \lim_{t \to -0} \partial_t \phi(x,t), \qquad (3)$$

$$u(0,t) = \psi_1(t), \quad u(L,t) = \psi_2(t), \quad t \in (0,T], \qquad (4)$$

such that c, K are positive constants and $s > 0$ is the delay parameter.

References

1. *An Chen, Changpin Li.* Numerical Solution of Fractional Diffusion-Wave Equation // Numerical Functional Analysis and Optimization. 2015. 37:1. Pp. 19-39.

2. *Yang J.Y., Huang J.F., Liang D.M., Tang Y.F.*Numerical solution of fractional diffusion-wave equation based on fractional multistep method // Applied Mathematical Modelling. 2014. Vol. 38, Issue 14. Pp. 3652-3661.

AUTOMORPHISMS OF DISTANCE-REGULAR GRAPH WITH INTERSECTION ARRAY $\{64, 42, 1; 1, 21, 64\}$

© **Isakova M.**[1], **Makhnev A.**[2], **Tokbaeva A.**[1]

[1]Kabardino-Balkarian State University (Russia, Nalchik)
e-mail: isakova2206@mail.ru, e-mail: tok2506@mail.ru
[2]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS (Russia, Yekaterinburg)
e-mail: makhnev@imm.uran.ru

We consider nondirected graphs without loops and multiple edges. For vertex a of a graph Γ the subgraph $\Omega_i(a) = \{b \mid d(a,b) = i\}$ is called i-neighboorhod of a in Γ. We set $[a] = \Gamma_1(a)$, $a^\perp = \{a\} \cup [a]$.

Degree of an vertex a of Γ is the number of vertices in $[a]$. Graph Γ is called regular of degree k, if the degree of any vertex is equal k. The graph Γ is called amply regular with parameters (v, k, λ, μ) if Γ is regular of degree k on v vertices, and $|[u] \cap [w]|$ is equal λ, if u adjacent to w, is equal μ, if $d(u, w) = 2$. Amply regular graph of diameter 2 is called strongly regular.

Makhnev and Samoilenko [1] determined parameters of strongly regular graphs with at most 1000 vertices, which may be local subgraph in antipodal distance-regular graph of diameter 3 with $\lambda = \mu$.

It is suggested the program of investigations vertex-symmetric antipodal distance-regular graph of diameter 3 with $\lambda = \mu$, in which local subgraphs are strongly regular with parameters from [1]. It is consider parameters $(64, 21, 8, 6)$ in this paper.

Theorem 1. *Let Γ be a distance-regular graph with intersection array $\{64, 42, 1; 1, 21, 64\}$, $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$, g be an element of prime order p of G and $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$ intersect t antipodal classes by s vertices. Then $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7, 13, 17, 19\}$ and one of the following holds:*

(1) *Ω is empty graph and $p \in \{3, 5, 13\}$;*

(2) *$p = 19$ and Ω has intersection array $\{7, 4, 1; 1, 2, 7\}$ or $p = 17$ and Ω has intersection array $\{13, 8, 1; 1, 4, 13\}$;*

(3) $p = 7$, Ω *is the union of three isolated t-cliques,* $t = 2, 9$ *or* $p = 5$, $t = 5, 15$, *and in the case* $t = 5$ *graph* Ω *has intersection array* $\{4, 2, 1; 1, 1, 4\}$;

(4) $p = 3$, $t \in \{2, 5, ..., 20\}$;

(5) $p = 2$, *either* $s = 1$, Ω *is t-clique and* $t \leq 9$, *or* $s = 3$, $t \leq 21$.

Corollary. *Let* Γ *be a distance-regular graph with intersection array* $\{64, 42, 1; 1, 21, 64\}$ *and* $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$ *acts transitively on the vertex set of* Γ. *Then* Γ *is one of two arc-transitive graphs with soc*(G) *isomorphic to* $L_2(64)$ *or* $U_3(4)$.

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project №14-11-00061.

References

1. *Makhnev A.A., Samoilenko M.S.* On distance-regular covers of cliques with strongly regular local subgraphs // "Modern Problems of Mathematics and Applications". Transactionc of 46 Intern. Conf. IMM UrO RAN, Ekaterinburg 2015. Pp. 13-17.

HEAT CONDUCTION WITH FRACTIONAL DUAL-PHASE-LAGGING MODEL AT THE NANOSCALE

© Ji Cui-cui[1], Sun Zhi-zhong[2]

School of Mathematics, Southeast University (China, Nanjing)

[1]e-mail: cuicuiahuan@163.com, [2]e-mail: zzsun@seu.edu.cn

Nanoscale heat transfer has shown many characteristics that are different from those familiar at the macroscale. Obtaining accurate temperature distributions in nanoscale structures is critical to fundamentally understand heat transfer in nanoscale electrical and mechanical devices and in thermal processing of nanoscale materials. In this paper, we propose a new nanoscale heat transfer model based on the fractional dual-phase-lagging (DPL) heat conduction equation with the temperature-jump boundary condition in dimensionless as follows:

$$u_t(x,t) + {}_0^C\mathcal{D}_t^{\alpha+1}u(x,t) = \frac{K_n^2}{3[\Gamma(1+\alpha)]^{1/\alpha}}\left(u + B^\alpha \cdot {}_0^C\mathcal{D}_t^{\alpha}u\right)_{xx}(x,t) + \\ + F(x,t), \quad 0 \leq x \leq L, \quad 0 < t \leq \mathrm{T}, \quad (1)$$

$$-\gamma K_n u_x(0,t) + u(0,t) = \phi_1(t), \quad 0 < t \leq \mathrm{T}, \quad (2)$$

$$\gamma K_n u_x(L,t) + u(L,t) = \phi_2(t), \quad 0 < t \leq \mathrm{T}, \quad (3)$$

$$u(x,0) = \psi_1(x), \quad u_t(x,0) = \psi_2(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad (4)$$

where K_n is the Knudsen number, and γ should be determined in a way that results of the fractional DPL model coincide with the solution of the BTE [1], and the operator ${}_0^C\mathcal{D}_t^\alpha$ denotes the Caputo fractional derivative of order $\alpha \in (0,1)$. The model (1)–(4) can be viewed as the extension of the conventional DPL model [2], and is proved to be well-possed. We then present a finite difference scheme for solving the fractional DPL model. Unconditional stability and convergence of the scheme are proved by using the discrete energy method in the maximum norm. Numerical examples which support the theoretical analysis and show the applicability to the nanoscale heat transfer are given.

References

1. *Ghazanfarian J. and Abbassi A.* Effect of boundary phonon scattering on dual-phase-lag model to simulate micro- and nano-scale heat conduction // Int. J. Heat Mass Transf. 2009. Vol. 52. Pp. 3706-3711.

2. *Dai W.Z. Han, F. and Sun Z.Z.* Accurate numerical method for solving dual-phase-lagging equation with temperature jump boundary condition in nanoheat conduction // Int. J. Heat Mass Transf. 2013. Vol. 64. Pp. 966-975.

AUTOMORPHISMS OF A STRONGLY REGULAR GRAPH WITH PARAMETERS $(245, 64, 18, 16)$

© Kagazezheva A.[1], Makhnev A.[2]

[1]Kabardino-Balkarian State University (Russia, Nalchik)
e-mail: fkagazezhev@mail.ru

[2]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS (Russia, Yekaterinburg)
e-mail: makhnev@imm.uran.ru

We consider nondirected graphs without loops and multiple edges. It was proved [1] that a strongly regular graph in which the neighborhoods of vertices are pseudogeometric graphs for $GQ(3,5)$ has the parameters $(245, 64, 18, 16)$. In this paper we found the possible orders and the structures of subgraphs of the fixed points of automorphisms of strongly regular graph with parameters $(245, 64, 18, 16)$.

Theorem 1. *Let* Γ *be a strongly regular graph with parameters* $(245, 64, 18, 16)$*,* $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$*,* g *be an element of prime order* p *of* G *and* $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$*. Then* $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7\}$ *and one of the following holds:*

(1) Ω *is empty graph and* $p \in \{5, 7\}$*;*

(2) Ω *is* n*-clique, either* $p=5$ *and* $n=5, 10$ *or* $p=3$ *and* $n=2, 5, 8, 11$*;*

(3) Ω *is* m*-coclique,* $p = 2$*,* m *is odd and* $5 \leq m \leq 21$*;*

(4) Ω *contains geodesic* 2*-way and either*

(i) $p = 7$, $|\Omega| = 7r$ *and* $5 \le r \le 11$, *or*
(ii) $p = 5$, $|\Omega| = 5s$ *and* $4 \le s \le 15$, *or*
(iii) $p = 3$, $|\Omega| = 3t + 2$ *and* $2 \le t \le 25$, *or*
(iv) $p = 2$, $|\Omega| = 2l + 1$ *and* $2 \le l \le 38$.

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project №14-11-00061.

References

1. *Gutnova A.K., Makhnev A.A.* On graphs in which neighbourhoods of vertices are pseudo-geometric for $GQ(3,5)$ // Doklady RAN. 2011. Vol. 438, № 5. Pp. 595-598. [in Russian]

A PRIORI ESTIMATE FOR THE SOLUTION OF ROBIN BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE FRACTIONAL ALLERS' EQUATION

© Karova F.A.

Institute for Applied Mathematics and Automation of KBSC RAS
(Russia, Nalchik)
e-mail: karova.fatimat@mail.ru

A priori estimates for the solution of boundary value problems for the fractional order diffusion equation have been obtained in [1], [2].

In rectangle $\overline{Q}_T = \{(x,t) :\ 0 \le x \le l, 0 \le t \le T\}$ let us study the boundary value problem

$$\partial_{0t}^{\alpha} u = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x,t)\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \partial_{0t}^{\beta}\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta(x,t)\frac{\partial u}{\partial x}\right) - q(x,t)u + f(x,t), \quad (1)$$

$$\begin{cases} k(0,t)u_x(0,t) + \partial_{0t}^{\alpha}\eta(0,t)u_x(0,t) = \beta_1(t)u(0,t) - \mu_1(t), \\ -\left(k(l,t)u_x(l,t) + \partial_{0t}^{\beta}\eta(l,t)u_x(l,t)\right) = \beta_2(t)u(l,t) - \mu_2(t), 0 \le t \le T, \end{cases} \quad (2)$$

$$u(x,0) = u_0(x),\ 0 \le x \le l, \quad (3)$$

where $\partial_{0t}^{\gamma} u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\gamma)} \int\limits_0^t u_s(x,s)(t-s)^{-\gamma}\, ds$ – is a Caputo fractional derivative of order γ, $0 < \gamma < 1$, $0 < c_1 \le k(x,t), \eta(x,t) \le c_2$, $\eta_t(x,t) \ge 0$, $q(x,t) \ge 0$ in $\overline{Q}_T$.

Theorem. If $k(x,t) \in C^{1,0}(\bar{Q}_T)$, $\eta(x,t) \in C^{1,1}(\bar{Q}_T)$, $\eta(x,t) \le c_2$, $\eta_t(x,t) \ge 0$, $q(x,t), f(x,t) \in C(\bar{Q}_T)$, $0 < c_1 \le k(x,t)$, and $\beta_i(t) \ge \beta_0 > 0$, $i = 1,2$, then the solution $u(x,t)$ of the problem (1)–(3) satisfies a priori estimate

$$\|u\|^2_{W_2^1(0,l)} + D_{0t}^{-\alpha}\left(\|u_x\|_0^2 + u^2(l,t) + u^2(0,t)\right) \le$$

$$\le M\left(D_{0t}^{-\alpha}(\mu_1^2(t) + \mu_2^2(t) + \|f\|_0^2) + \|u_0\|^2_{W_2^1(0,l)}\right),$$

where $M > 0$ is positive constant.

References

1. *Alikhanov A.A.* A priori estimates for solutions of boundary value problems for fractional-order equations // Differ. Equ. 2010. Vol. 46, № 5. Pp. 660-666.

2. *Alikhanov A.A.* Boundary value problems for the diffusion equation of the variable order in differential and difference settings // Appl. Math. Comput. 2012. Vol. 219. Pp. 3938-3946.

AUTOMORPHISMS OF STRONGLY REGULAR GRAPH WITH PARAMETERS $(1305, 440, 115, 165)$

© Khamgokova M.[1], Makhnev A.[2], Paduchikh D.[2]

[1]Kabardino-Balkarian State University (Russia, Nalchik)
e-mail: hamgokova.madina@yandex.ru
[2]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS (Russia, Yekaterinburg)
e-mail: makhnev@imm.uran.ru, e-mail: dpaduchikh@gmail.com

We consider nondirected graphs without loops and multiple edges. For vertex a of a graph Γ the subgraph $\Omega_i(a) = \{b \mid d(a,b) = i\}$ is called i-neighboorhod of a in Γ. We set $[a] = \Gamma_1(a)$, $a^\perp = \{a\} \cup [a]$. For a vertex subset S of a graph Γ we denote as $\Gamma(S)$ the set $\cap_{a\in S}([a] - S)$.

A partial geometry $pG_\alpha(s,t)$ is a geometry of points and lines such that every line has exactly $s+1$ points, every point is on $t+1$ lines (with $s > 0,\ t > 0$) and for any antiflag (P,y) there are exactly α lines z_i containing P and intersecting y. *Point*-graph of a geometry (P,L) of points and lines has P as a vertex set, and two vertices a,b are adjacent if a,b belong to some line. Point-graph of partial geometry $pG_\alpha(s,t)$ is strongly regular with parameters $v = (s+1)(1+st/\alpha)$, $k = s(t+1)$, $\lambda = (s-1)+(\alpha-1)t$, $\mu = \alpha(t+1)$. Strongly regular graph with this parameters for some natural numbers α, s, t is called pseudogeometric graph for $pG_\alpha(s,t)$.

A graph Γ is called t-izoregular, if for every $i \le t$ and for every i-vertex subset S the number $|\Gamma(S)|$ is depend only from isomorphic type of the subgraph induced by S. Finally t-izoregular graph Γ is called exactly t-izoregular, if it is not $(t+1)$-izoregular. Cameron [1] proved that every exactly 4-izoregular graph is pseudogeometric for $pG_r(2r, 2r^3+3r^2-1)$ or its complement. Let $Izo(r)$ be a pseudogeometric graph for $pG_r(2r, 2r^3+3r^2-1)$.

For every vertex a of a graph $Izo(r)$ the subgraph $\Gamma(a)$ is pseudogeometric for $pG_{r-1}(2r-1, r^3+r^2-r-1)$. Automorphisms of local subgraphs in $Izo(4)$ were determined by A. Makhnev and M. Khamgokova. In this paper automorphisms of strongly regular with parameters (1305,4406,115,165) (parameters of $[a] \cap [b]$, where a, b adjacent in $Izo(5)$) are determined.

Theorem. *Let* Γ *be a strongly regular graph with parameters (1305, 4406,115,165),* $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$, *g be an element of prime order p of G and* $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$. *Then* $\pi(G) \subseteq \{2, 3, ..., 53\}$ *and one of the following holds:*

(1) Ω *is empty graph,* $p = 5, 29$;

(2) Ω *is n-cliqwue,* $n \leq 9$, *either* $p = 3$, $n = 3t$ *or* $p = 2$, $n = 2t+1$;

(3) Ω *is l-coclique,* $2 \leq l \leq 145$, *either* $p = 11$, $l = 11t+7$ *or* $p = 5$, $l = 5s$;

(4) Ω *is the union of isolated cliques,* $p = 3$, *and the order of every maximal clique in* Ω *is equal* 3 *or* 6;

(5) Ω *contains geodesic* 2*-way and* $p \leq 53$.

Corollary. *Let* Γ *be a strongly regular graph with parameters (1305, 4406,115,165), nonsolvable group* $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$ *acts transitively on the vertex set of* Γ *and* $\bar{T}$ *be a socle of* $\bar{G} = G/S(G)$. *Then of the following holds:*

(1) $S(G)$ *contains an element f of order* 29, $\bar{T}$ *isomorphic* A_5, A_6, $PSp_4(3)$ *and fixes some vertex a;*

(2) $S(G) = O_{3,5}(G)$, $\bar{T}$ *isomorphic* A_{29} *and* $\bar{T}_a \cong A_{28}$.

In any case graph Γ *is not arc transitive.*

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project №15-11-10025.

References

1. *Cameron P., J. Van Lint* Designs, Graphs, Codes and their Links // London Math. Soc. Student Texts. 1981. Vol. 22. 240 p.

ABOUT BINARY ADDITIVE PROBLEMS WITH QUADRATIC FORMS

© Kurtova L.N.

Belgorod State National Research University (Russian, Belgorod)
e-mail: kurtova@bsu.edu.ru

Let d – negative square-free number, δ_F – discriminant of imaginary quadratic field $F = Q(\sqrt{d})$, $Q_1(\overline{m})$, $Q_2(\overline{k})$ – binary positive defined primitive quadratic forms with determinant is $-\delta_F$. Let ε – arbitrary positive number, a, b, h – positive integers, $a, b, h \leq n^{\varepsilon}$. The asymptotic formula is obtained for $I(n, a, b, h) = \sum\limits_{aQ_1(\overline{m})-bQ_2(\overline{k})=h} e^{-\frac{Q_1(\overline{m})+Q_2(\overline{k})}{n}}$.

The proof is carried out by circular method using A.Weyl estimates [1] for Klostermann's sum. Obtained exact representation as product of prime numbers for the positive sum of special series of the asymptotic formula. This problem is a generalization of the problems of finding asymptotic formulas for sums of $I(n, 1, 1, 1)$ [2] and $I(n, 1, 1, h)$ [3].

References

1. *Estermann T.* On Klostermann's sum // Mathematika. 1961. № 8. Pp. 83-86.
2. *Kurtova L.N.* Ob odnoy binarnoy additivnoy zadache s kvadratichnymi formami // Vestnik Sam. gos. univer. Yestestvennonauchnaya seriya. Matem. 2007. № 7(57). Pp. 107-121. [in Russia]
3. *Kurtova L.N.* Ob odnom analoge additivnoy problemy deliteley s kvadratichnymi formami // Cheb. sb. 2014. Vol. 15, № 2. Pp. 33-49. [in Russia]

ABOUT THE NUMBER OF SOLUTIONS OF LAGRANGE'S PROBLEM

© Kurtova L.N.[1], Mot'kina N.N.[2]

Belgorod State National Research University (Russia, Belgorod)
[1]e-mail: kurtova@bsu.edu.ru, [2]e-mail: motkina@bsu.edu.ru

In 1770, Lagrange proved that each natural number N can be represented as the sum of four squares of integers.

In 1926, H.D. Kloosterman [1] obtained an asymptotic formula for the number of representations of a positive integer N in the form $ax^2 + by^2 + cz^2 + dt^2$.

The report will provide the results of the study the main member of this asymptotic formula.

The study is based on the representation of the main member as a product of primes and the use of the exact formulas for Gauss sums.

References

1. *Kloosterman H.D.* On the representation of number in the form // Acta mathematica. 1926. Vol. 49. Pp. 407-464.
2. *Malyshev A. V.* On the representation of integers by positive quadratic forms // Trudy Mat. Inst. Steklov. 1962. Pp. 3-212.

ON CHARACTERIZATIONS OF LOCALLY FINITE SIMPLE LINEAR GROUPS IN THE CLASS OF PERIODIC GROUPS

© Lytkina D.V.[1], Mazurov V.D.[2]

Siberian State University of Telecommunications and Informatics,
Sobolev Institute of Mathematics (Russia, Novosibirsk)
[1]e-mail: daria.lytkin@gmail.com, [2]e-mail: mazurov@math.nsc.ru

Suppose that $\mathfrak{M}$ is a set of groups. We say that a group G is *saturated* with groups from $\mathfrak{M}$, if any finite subgroup of G is contained in a subgroup isomorphic to some member of $\mathfrak{M}$. A. K. Shlöpkin conjectured in [1] that a periodic group saturated with finite simple groups of Lie type of bounded Lie ranks is isomorphic to a group of Lie type over a locally finite field (question 14.101). At present time the answer is known for all groups of rank 1. Also, there is some significant progress for groups of other ranks. A good example is the following

Theorem. *Let $n \geqslant 3$ be a natural number, and G a periodic group. Suppose that any finite subgroup of G is contained in a subgroup of G isomorphic to $B_n(q) = O_{2n+1}(q)$ for some odd number q. Then G is isomorphic to $O_{2n+1}(Q)$ for some locally finite field Q. In particular, G is locally finite.*

Proof uses results from [2].

References

1. *Mazurov V.D., Khuhro E.I., eds.* Unsolved problems in group theory. The Kourovka notebook. № 18. Institute of mathematics SB RAS, 2014. http://math.nsc.ru/ alglog/alglogfe.html.
2. *Li B., Lytkina D.V.* Sylow 2-subgroups of the periodic groups saturated with finite simple groups // Sib. math. journal. 2016. Vol. 57, № 6. Pp. 1029-1033.

ON DISTANCE-REGULAR GRAPHS WITH STRONGLY REGULAR GRAPHS Γ_2 AND Γ_3

© Makhnev A.[1], Nirova M.[2]

[1]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS (Russia, Yekaterinburg)
e-mail: makhnev@imm.uran.ru
[2]Kabardino-Balkarian State University (Russia, Nalchik)
e-mail: nirova_m@mail.ru

We consider nondirected graphs without loops and multiple edges. For vertex a of a graph Γ the subgraph $\Omega_i(a) = \{b \mid d(a,b) = i\}$ is called i-neighboorhod of a in Γ. We set $[a] = \Gamma_1(a)$, $a^\perp = \{a\} \cup [a]$.

Degree of an vertex a of Γ is the number of vertices in $[a]$. Graph Γ is called regular of degree k, if the degree of any vertex is equal k. The graph Γ is called strongly regular with parameters (v, k, λ, μ) if Γ is regular of degree k on v vertices, and $|[u] \cap [w]|$ is equal λ, if u adjacent to w, is equal μ, if u not adjacent to w.

In this paper distance-regular graphs with strongly regular graphs Γ_2, Γ_3 are investigated.

Theorem 1. *Let Γ be a distance-regular graph of diameter 3 such that graph Γ_3 is strongly regular. Then following statements hold:*

(1) $b_2 = a_3 + 1$, $b_1 = rc_2$ and the graph $\bar{\Gamma}_3$ is pseudo-geometric for $pG_{c_3}(k, r)$;

(2) if Γ is antipodal graph and the graph Γ_2 is strongly regular, then either Γ is a Taylor graph without triangles, or graph $\bar{\Gamma}_2$ is pseudo-geometric for $GQ(r-1, c_2+1)$.

Remark 1. *Let pseudo-geometric graph for $GQ(s,t)$ has partition by the set $\mathcal{S}$ of $(s+1)$-cliques (spread). Convert $\mathcal{S}$ in the set of cocliques, then by [1, proposition 12.5.2] we have distance-regular graph with intersection array $\{st, s(t-1), 1; 1, t-1, st\}$.*

Generalized quadrangles have spread for orders $(s,1), (1,t)$, (q,q), (q,q^2), $(q-1, q+1)$ for prime power q, $(q+1, q-1)$ for $q = 2^n$.

Theorem 2. *Let Γ be a primitive distance-regular graph of diameter 3 such that graphs Γ_2, Γ_3 are strongly regular. Then following statements hold:*

(1) $b_1 = rc_2$, $b_2 = a_3+1$, $a_2 = (r-1)(c_2+1)$, $c_3 = r(c_2+1)$, $a_1 = a_3+r-1$, $k_2 = kr$, $k_3 = k(a_3+1)/(c_2+1)$, $p^1_{33} = a_3(a_3+1)/(c_2+1) = \mu(\Gamma_3)$ and Γ has intersection array $\{r(c_2+1)+a_3, rc_2, a_3+1; 1, c_2, r(c_2+1)\}$;

(2) if $a_3 = \alpha(c_2+1)$, then $k = (r+\alpha)(c_2+1)$, Γ_3 is pseudo-geometric for Γ is antipodal graph and the graph Γ_2 is strongly regular, then either

Γ *is a Taylor graph without triangles, or graph* $\bar{\Gamma}_2$ *is pseudo-geometric for* $pG_\alpha(r+\alpha, \alpha(c_2+1))$ *and* $k_3 = (r+\alpha)(\alpha(c_2+1)+1)$*;*

(3) *if* $\alpha = 1$*, then* Γ_3 *is pseudo-geometric for* $GQ(r+1, c_2+1)$*,* Γ *has intersection array* $\{(r+1)(c_2+1), rc_2, c_2+2; 1, c_2, r(c_2+1)\}$*, eigenvalues* $\theta_1 = c_2+r+1$*,* $\theta_2 = -1$*,* $\theta_3 = -c_2-1$ *and* $\bar{\Gamma}_2$ *is pseudo-geometric for* $pG_2(r+1, 2c_2+2)$*.*

Corollary. *Distance-regular graph with intersection array {44,35,3; 1,5,42} or* $\{48, 35, 9; 1, 7, 40\}$ *does not exist.*

Theorem 3. *Let* Γ *be a primitive distance-regular graph of diameter 3 such that graphs* Γ_2*,* Γ_3 *are strongly regular. If* Γ_3 *does not contains triangles and* $\mu(\Gamma_3) \leq 11$*, then* Γ *has intersection array* $\{(r+5)((r+3)^2-3)/6, r(r+3)(r+8)/6, r+6; 1, (r+3)(r+8)/6, r(r+5)(r+6)/6\}$*,* $r = 4, 6, 10, 16, 19, 24, 28, 40, 46, 52, 58, 60,$
$70, 79$ *or* $\{119, 100, 15; 1, 20, 105\}$*.*

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project № 15-11-10025.

References

1. *Brouwer A.E., Cohen A.M., Neumaier A.* Distance-Regular Graphs, Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New York, 1989.

NONLOCAL PROBLEM WITH FRANKLE TYPE CONDITION FOR THE PARABOLO-HYPERBOLIC EQUATION

© Ochilova N.K.

Tashkent Financial Institute (Uzbekistan, Tashkent)
e-mail: nargiz.ochilova@gmail.com

In the present research work we consider the parabolic-hyperbolic type equation

$$0 = \begin{cases} y^{m_0} u_{xx} - x^{n_0} u_y, & in\ \Omega_0, \\ (-y)^{m_1} u_{xx} - x^{n_1} u_{yy}, & in\ \Omega_1, \end{cases} \tag{1}$$

where $m_i, n_i = const > 0, \quad (i = 0,\ 1)$.
Let's Ω is domain restricted at $x > 0$, $y > 0$, by the segments AB, BB_0, B_0A_0, A_0A on the lines $y = 0$, $x = h_1$, $y = h_2$, $x = 0$. Ω_1 is characteristics triangle which restricted segment AB on the axis x and with two characteristics $AC: \ \frac{1}{q_1}x^{q_1} - \frac{1}{p_1}(-y)^{p_1} = 0$ and $BC:$ $\frac{1}{q_1}x^{q_1} + \frac{1}{p_1}(-y)^{p_1} = \frac{1}{q_1}{h_1}^{q_1}$ of the (1), and by the segment $(0, h_1)$ of

the line $y = 0$, where $A\,(0,0)$, $B\,(h_1, 0)$ and $C\left(\left(\frac{q_1}{2}\right)^{1/q_1}, -\left(\frac{p_1}{2}\right)^{1/p_1}\right)$, $p_1 = \frac{m_1+2}{2}$, $q_1 = \frac{n_1+2}{2}$.
We enter designations: $I_1 = \{(x, y) : 0 < x < (q_1\kappa)^{1/q_1}, y = 0\}$, $I_2 = \{(x, y) : (q_1\kappa)^{1/q_1} < x < h_1, y = 0\}$, $0 < k < 1$, $\alpha_0 = \frac{n_0+1}{n_1+2}$, $2\alpha_1 = n_1/(n_1+2)$, $2\beta_1 = m_1/(m_1+2)$, $E(\kappa_1, 0) \in [0, h_1]$, $0 < \kappa_1 < h_1$, $\kappa_1 = (q_1\kappa)^{1/q_1}$.
Function $\sigma(x) \in C^2\,[0, \kappa_1]$ is diffeomorphism from the set of points of the segment $[0, \kappa_1]$ to set of points of the segment $[\kappa_1,\ h_1]$ and $\sigma'(x) < 0$, $\sigma(0) = h_1$, $\sigma(\kappa_1) = \kappa_1$.

Problem. *To find a function $u(x, y)$ with following conditions: $u(x, y) \in C(\overline{\Omega})$; $u(x, y) \in C^{2,1}_{x,y}(\Omega_0) \cap C^2(\Omega_1 \backslash EC_1 \backslash EC_2)$, satisfies (1) in the domain Ω_0 and $\Omega_1 \backslash (EC_1 \cup EC_2)$; $u(x, y)$ satisfies boundary conditions: $u|_{AA_0} = \varphi_1(y)$, $u|_{BB_0} = \varphi_2(y)$, $0 \leqslant y \leqslant h_2$,*

$$a_1(x)(x^{2q_1})^{\frac{1-\alpha_1+\beta_1}{2}} F_{0x}\left[\begin{matrix} \frac{\alpha_1+\beta_1-1}{2}, & \frac{\alpha_1+\beta_1-2}{2} \\ \beta_1 - 1; & x^{2q_1} \end{matrix}\right](x^{2q_1})^{\frac{2\alpha_1-1}{2}} u\,[\theta_0(x)] +$$

$$+ b_1(x)\,(1 - x^{2q_1})^{-\beta_1} D^{\alpha_1}_{x^{2q_1}1}\,(x^{q_1}+1)^{\alpha_1-\beta_1}\, D_{x^{q_1}1}{}^{1-\alpha_1-\beta_1}\, u\ [\theta_1(x)] =$$

$$= a_2(x)\, u_y(x,\,0) + b_2(x),\ \ (x, 0) \in \bar{I}_1,$$

$$\mu\, u\,(x, 0) = u\,(\sigma(x), 0) + \psi(x),\ \ (x, 0) \in \overline{I}_1,$$

$u_y \in C(\Omega_1 \cup I_1 \cup I_2)$, $y^{-m_0}u_y \in C(\Omega_0 \cup I_1 \cup I_2)$ and on intervals $I_j (j = 1, 2)$ takes place gluing conditions $\lim\limits_{y\to-0} \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = \lim\limits_{y\to+0} y^{-m_0} \frac{\partial u(x,y)}{\partial y}$, $(x, 0) \in I_1 \cup I_2$, where $\psi(x)$, $a_j(x)$, $b_j(x)$, $\varphi_j(y)$, $(j = 1, 2)$ are given functions from the definite class of functions.

The unique solvability of the investigating problem will be proved under certain restrictions on the parameters and the class of functions.

ABOUT MATHEMATICAL MODELS OF DEFORMABLE MEDIA

© **Oshkhunov M.M.**[1], **Dzhankulaeva M.A.**[2]

Kabardino-Balkarian state university (Russia, Nalchik)

[1]e-mail: muaed@inbox.ru, [2]e-mail: madina.dzhan@gmail.com

In order to describe the deformable properties of continua media the several models are used. The most known among there is theory of elasticity. If the properties of solid media are elastic, that is Hook's law take place and displacements (strain) under loading are small enough we get the system of elliptic type differential equations of

$$\lambda\Delta u_i + \mu\frac{\partial\theta}{\partial x_i} + X_i = 0, i = 1, 2, 3. \qquad (1)$$

Here λ, μ – elastic constant of isotropic media, Δ – Laplasian, $\theta = \varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33}$ – mean deformation, X_i – gravitational force components in Ox_i directions. For solving the system (1) it is necessary to set the boundary conditions

$$u_{i|S_1} = u_i^0, \quad \sigma_{ij}n_{j|S_2} = \sigma_i^0, \qquad (2)$$

where u_i^0, σ_i^0 – given displacement and stress on the surface S_1, S_2 respectively, n_i – unit vector components, perpendicular to the surface S_2, $S = S_1 \cup S_2$ – total surface of body and summation Einstein's condition take place.

If we replace the continuous media by particles with given interaction force (which equivalent elasticity continuous media) we give the new method for analysis of deformable construction. We can use the second Newton's law for description of particles system and give $u_i(x_1, x_2, x_3, t)$, $\dot{u}_i(x_1, x_2, x_3, t)$, ... at any time. In this case we have matrix equation

$$[m]\{\ddot{u}_i\} + [c]\{\dot{u}_i\} + [k]\{u_i\} = \{F\},\ i = 1, 2, ..., n. \qquad (3)$$

Here $[m]$, $[c]$, $[k]$ – mass, damping and stiffness matrix respectively, $\{F\}$ – force vector, $\{\ddot{u}_i\}$, $\{\dot{u}_i\}$, $\{u_i\}$ – unknown meaning of displacement, velocity and acceleration vectors, n – total number of particles. System (3) reduces to a system of first-order differential equations and is solved by one of the variants of the Runge-Kutt's method.

Obviously, elasticity problems take place as a special case at condition does not depend on time [1]. Such algorithm and corresponding numerical experiments were realized in works [2].

References

1. *Nagoev Z.V., Oshkhunov M.M.* The method of discrete-dynamical particles in problems of mechanics of a deformable solid // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of a solid. 2011. № 4. Pp. 155-169.

2. *Oshkhunov M.M., Nagoev Z.V.* Mathematical models of deformable media for intelligent systems of virtual prototyping. Nalchik: Publishing house KBSC RAS, 2013. 201 p.

THE ORDER OF CONVERGENCE OF IMPLICIT AND EXPLICIT DIFFERENCE SCHEMES FOR FRACTIONAL EQUATIONS OF ORDER $0 < \alpha < 1$

© Piskarev S.

Lomonosov Moscow State University (Russia, Moscow)
e-mail: piskarev@gmail.com

In this talk, we continue our research on convergence of difference schemes for fractional differential equations. Using implicit difference scheme and explicit difference scheme, we have a deal with the full discretization of the solutions of fractional differential equations in time variables and get the order of convergence.

Lots of works were devoted to the discretization of C_0-semigroups in traditional way, see [1] and the references therein. Recently, Li and Piskarev considered the discrete approximation of integrated semigroups [2, 3, 4], where the order of convergence was obtained using ill-posed problems theory. In this talk we continue our investigations [5, 6, 7] on discretization of differential equations of fractional order in Banach spaces and get the order of convergence $O(\tau_n^\alpha)$.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects № 15-01-00026-a and № 17-51-53008 ГФЕН_а.

References

1. *Guidetti D., Karasozen B. and Piskarev S.* Approximation of abstract differential equations // J. Math. Sci. 2004. Vol. 122. Pp. 3013-3054.

2. *Li M., Piskarev S.* On approximation of integrated semigroups // Taiwanese J. Math. 2010. Vol. 14, № 6. Pp. 2137-2161.

3. *Li M., Morozov Vol. and Piskarev S.* On the approximations of derivatives of integrated semigroups // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2010. Vol. 18, № 5. Pp. 515-550.

4. *Li M., Morozov Vol. and Piskarev S.* On the approximations of derivatives of integrated semigroups II // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2011. Vol. 19, № 3-4. Pp. 643-688.

5. *Liu R., Li M., Pastor J. and Piskarev S.* On the approximation of fractional resolution families // Differ. Equ. 2014. Vol. 50, № 7. Pp. 927-937.

6. *Liu R., Li M. and Piskarev S.* Approximation of semilinear fractional Cauchy problem // Comput. Methods Appl. Math. 2015. Vol. 15, № 2. Pp. 203-212.

7. *Liu R., Li M. and Piskarev S.* Stability of difference schemes for fractional equations // Differ. Equ. 2015. Vol. 51, № 7. Pp. 904-924.

ON INTEGER POINTS IN CERTAIN DOMAINS

© Podsypanin E.V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (Russia, St.-Petersburg)
e-mail: podsypanin@mail.ru

Let $f(x_1, \ldots, x_s)$ is a homogenious polynom (form) of the degree $k \geq 2$ on $s \geq 2$ variables with integer coefitients. The domain Ω_0 lies on the surface $f(x_1, \ldots, x_s) = 1$. Under the action of substitution, replacing $(x_1, \ldots, x_s)$ by $N^{-\frac{1}{k}}(x_1, \ldots, x_s)$ the domain Ω_0 is transformed into the domain Ω on the surface $f(x_1, \ldots, x_s) = N$.

In [1], using a special parametrization we obtain an asymptotic formula (for $N \to +\infty$) for the number of integer points on the determinant surface $\det(X) = N$ in the case when X is a second order square matrix. In this case $k = 2$, $s = 4$.

In the report we discuss various generalizations of this result, in particular, when the matrix X is a square matrix of $n-$th order. Here we also use the method of smoothing the characteristic function of the domain Ω, which was considered in [2], [3].

References

1. *Podsypanin E.V.* Distribution of integer points on a determinant surface // Notes of scientific seminars LOMI. 1980. V. 93, Pp. 30-40. [in Russian]
2. *Podsypanin E.V.* Application of the smoothing method to obtain asymptotic formulas for the number of integer points in the domains // Proceedings of the XIII International Conference "Algebra, Number Theory and Discrete Geometry". Tula: Publishing house TSPU, 2015. Pp. 243-245. [in Russian]
3. *Podsypanin E.V.* Application of the smoothing method to the sphere problem // Proceedings International Russian-Chinese Conference "Actual problems of applied mathematics and physics". Elbrus: Publishing house KBNC RAS, 2015. Pp. 162-163.

THE STATIONARY NONLINEAR SCHRODINGER EQUATION ON THE DUMBBELL GRAPH

© Sabirov K.K., Khurramov O.Sh.

Tashkent University of Information Technology (Uzbekistan, Tashkent)
Turin Polytechnic University in Tashkent (Uzbekistan, Tashkent)
e-mail: karimjonsabirov80@gmail.com, e-mail: karimjonsabirov@yahoo.com

We consider the dumbbell graph with two loops $b_{1,2}$ which lengths are L_1 and L_2 at the ends of one finite bond b_0 with the length L_0 and we correspond to the each bond $b_j \sim (0, L_j)$, $j = 0, 1, 2$. On the each bond b_j we have the following stationary nonlinear Schrodinger equation with repulsive nonlinearity

$$-\psi_j'' + \beta_j|\psi_j|^2\psi_j = \lambda^2\psi_j,\ \beta_j > 0,\ j = 0, 1, 2. \tag{1}$$

The vertices boundary conditions are given as

$$\sqrt{\beta_0}\psi_0(0) = \sqrt{\beta_1}\psi_1(0) = \sqrt{\beta_1}\psi_1(L_1), \tag{2}$$

$$\sqrt{\beta_0}\psi_0(L_0) = \sqrt{\beta_2}\psi_2(0) = \sqrt{\beta_2}\psi_2(L_2), \tag{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\left.\frac{\partial\psi_0}{\partial x}\right|_{x=0} + \frac{1}{\sqrt{\beta_1}}\left.\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\right|_{x=0} - \frac{1}{\sqrt{\beta_1}}\left.\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\right|_{x=L_1} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\left.\frac{\partial\psi_0}{\partial x}\right|_{x=L_0} - \frac{1}{\sqrt{\beta_2}}\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial x}\right|_{x=0} + \frac{1}{\sqrt{\beta_2}}\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial x}\right|_{x=L_2} = 0. \tag{5}$$

Solution of the equation (1) can be written

$$\psi_j(x) = B_j sn\left(\alpha_j(x + L_j)|k_j\right), \tag{6}$$

where $sn(u|k)$ are Jacobian elliptic functions [1]. Inserting equation (6) into (1) and comparing the coefficients of similar terms one can find B_j, $j = 0, 1, 2$.Using equations (2)–(5) we can obtain the system of transcendental equations with respect to α_j and k_j, $j = 0, 1, 2$. In general case this system can be solved using the different iteration schemes.

References

1. *Bowman F.* Introduction to elliptic functions, with applications. New York: Dover, 1961.
2. *Sabirov K.K., Sobirov Z.A., Babajanov D., Matrasulov D.U.* Stationary nonlinear Schrödinger equation on simplest graphs // Physics Letters A. 2013. Vol. 377. Pp. 860-865.

FINITE GROUPS WITH $\mathcal{H}$-PERMUTABLE SUBGROUPS

© Sinitsa D.A.

Francisk Skorina Gomel State University (Gomel, Belarus)
e-mail: lindela@mail.ru

Throughout this paper, all groups are finite and G always denotes a finite group. Moreover, $\mathbb{P}$ is the set of all primes and $p, q \in \mathbb{P}$. If n is an integer, the symbol $\pi(n)$ denotes the set of all primes dividing n; as usual, $\pi(G) = \pi(|G|)$, the set of all primes dividing the order of G.

In what follows, σ is some partition of $\mathbb{P}$. Thus $\sigma = \{\sigma_i | i \in I\}$, where $\mathbb{P} = \cup_{i \in I} \sigma_i$ and $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ for all $i \neq j$. G is said to be: *σ-primary* [1] if G is a σ_i-group for some $i \in I$; *σ-nilpotent* [1] if $G = G_1 \times \cdots \times G_n$ for some σ-primary groups $G_1, \ldots, G_n$; *σ-soluble* [1] if every chief factor of G is σ-primary.

We use $\mathfrak{N}_\sigma$ to denote the classes of all σ-nilpotent. The symbol $\sigma(n)$ denotes the set $\{\sigma_i | \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$.

A subgroup A of G is said to *permute* with a subgroup B if $AB = BA$. If A permutes with all Sylow subgroups of G, then A is called *S-permutable* in G. A group G is called a *PST-group* if S-permutability is a transitive relation in G, that is, every S-permutable subgroup of an S-permutable subgroup of G is S-permutable in G. A set $\mathcal{H}$ of subgroups of G is a *complete Hall σ-set* of G [2] if every member $\neq 1$ of $\mathcal{H}$ is a Hall σ_i-subgroup of G for some $\sigma_i \in \sigma$ and $\mathcal{H}$ contains exactly one Hall σ_i-subgroup of G for every $\sigma_i \in \sigma(G)$. Then we say that a subgroup A of G is *$\mathcal{H}$-permutable* if $AH = HA$ for all $H \in \mathcal{H}$.

Let $\mathfrak{F}$ be a class of groups containing identity group 1. The intersection of all normal subgroups N of G with $G/N \in \mathfrak{F}$ is called the *$\mathfrak{F}$-residual* of G and denoted by $G^{\mathfrak{F}}$.

Theorem. *Suppose that G is soluble and it has a complete Hall σ-set $\mathcal{H}$ such that every member H of $\mathcal{H}$ is a PST-group. Then every subnormal subgroup of G is $\mathcal{H}$-permutable if and only if $G = D \rtimes M$ is a supersoluble group, where $D = G^{\mathfrak{N}_\sigma}$ is an abelian Hall subgroup of G and D is of odd order in the case when $D \neq 1$, and every element of M induces a power automorphism of D.*

References

1. *Skiba A.N.* On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups // Journal of Algebra. 2015. Vol. 436. Pp. 1-16.
2. *Guo W., Skiba A.N.* On Π-quasinormal subgroups of finite group // Monatsh. Math. DOI: 10.1007/s00605-016-1007-9.

ON RECOGNITION OF ALTERNATING GROUPS BY PRIME GRAPH

© Staroletov A.M.[1], Gorshkov I.B.[1,2]

[1]Sobolev Institute of Mathematics (Russia, Novosibirsk)

[2]Institute of Mathematics and Mechanics (Russia, Ekaterinburg)

e-mail: staroletov@math.nsc.ru, e-mail: ilygor8@gmail.com

Let G be a finite group. The set of prime divisors of $|G|$ is denoted by $\pi(G)$. The *spectrum* $\omega(G)$ of G is the set of its element orders. The spectrum defines the *prime graph* (or the *Gruenberg – Kegel graph*) $GK(G)$ of G: the set of vertices is $\pi(G)$, and two distinct vertices r and s are adjacent if and only if $rs \in \omega(G)$.

Denote the alternating group of degree n by Alt_n. It was proved in [1] that if G is a finite group such that $\omega(G) = \omega(Alt_n)$ with $n \geq 5$ and $n \neq 6, 10$ then $G \simeq Alt_n$. We study finite groups G such that $GK(G) = GK(Alt_n)$.

Theorem. *Let $n \geq 90000$ be an integer and p the largest prime less than or equal to n. If G is a finite group such that $GK(G) = GK(Alt_n)$ then G has a nonabelain composition factor isomorphic to Alt_t where $t \geq p$.*

References

1. *Gorshkov I.B.* Recognizability of alternating groups by spectrum // Algebra Logic. 2013. Vol. 52, № 1. Pp. 41-45.

NON-LOCAL MODELS FOR THE TURBULENT DIFFUSION

© Uchaikin V.V.

Ulyanovsk State University (Russia, Ulyanovsk)
e-mail: vuchaikin@gmail.com

The ordinary diffusion equation is built of two local operators: time-derivative and spatial Laplacian. Chaotic character of the diffusion process demonstrated for instance by Brownian motion often overshadows the fact that using this operators implies spatially uncorrelated (Poissonian) distribution of diffusants. This condition is strictly satisfied in case of an ideal gas. The correlations may also be ignored in case of a real gas with not very high density being in the equilibrium state. However, what we observe in the stream of a mountain river is far from such a picture: the molecules connected by viscous forces form correlated jets of which the turbulent motion is formed. Much more impressible pictures are observed by astronomers: giant turbulent hurricanes storm in our Universe. Naturally to admit, that these processes should be described in terms of nonlocal analysis.

The report reviews nonlocal models of the turbulent diffusion processes in their historical development paying particular attention to fractional operators. The author shows how these ideas are connected to classical works of Kolmogorov, Weizsacker, Heisenberg, Monin, and demonstrates their application to modern astrophysical problems on examples of his own (with collaborators) articles. The report contains logical basement of this approach substantiated by physical examples and mathematical calculations. Along with excerpts from classical works, the author also cites his own results, referring to his articles and books.

The reported study was supported by Russian Foundation for Basic Research, project 16-01-00556.

References

1. *Uchaikin V.V.* Fractional derivatives for physicists and engineers, Vol II. Applications. Heidelberg: Springer, 2013. Pp. 54-69.
2. *Uchaikin V.V.* Nonlocal models of cosmic ray transport in the Galaxy // Journal of Applied Mathematics and Physics. 2015. 3 (02). Pp. 187-201.

ON PROPERTIES OF $\mathfrak{F}^{\omega}$-PROJECTORS AND $\mathfrak{F}^{\omega}$-COVERING SUBGROUPS OF FINITE GROUPS

© Vedernikov V.A.[1], Sorokina M.M.[2]

[1]Moscow Municipal Pedagogical University (Russia, Moscow)
e-mail: vavedernikov@mail.ru
[2]Bryansk State Academician I.G. Petrovski University (Russia, Bryansk)
e-mail: mmsorokina@yandex.ru

Considered only finite groups. Let ω be a non-empty set of primes, let $\mathfrak{F}$ be a non-empty class of groups. A subgroup H of the group G is called an $\mathfrak{F}^{\omega}$-projector of G if HN/N is an $\mathfrak{F}$-maximal subgroup in G/N for every normal ω-subgroup N of G. A subgroup H of the group G is called an $\mathfrak{F}^{\omega}$-covering subgroup of G if $H \in \mathfrak{F}$ and whenever $H \leq U \leq G$, V is a normal ω-subgroup of U such that $U/V \in \mathfrak{F}$, then $U = HV$ [1]. A group G is called a π-selected if $\mid \pi(H/K) \cap \pi \mid \leq 1$ for every nonabelian chief factor H/K of G where π is a set of primes [2].

Let $\mathfrak{F}$ and $\mathfrak{X}$ be non-empty classes of groups, $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$. A class $\mathfrak{F}$ is called ωP-closed in $\mathfrak{X}$ if for each group G the following condition is satisfied: if $G/Core_G(M) \cap O_\omega(G) \in \mathfrak{F}$ for every maximal subgroup M of G, then $G \in \mathfrak{F}$. Let $f : \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{formations of groups}\}$ be an ωF-function. A formation $\omega LF(f) = (G : G/O_\omega(G) \in f(\omega')$ and $G/F_p(G) \in f(p)$ for all $p \in \omega \cap \pi(G))$ is called an ω-local formation with the ω-satellite f.

Theorem 1. *Let $\mathfrak{X}$ be an S-closed homomorph, let $\mathfrak{F}$ be a non-empty ωP-closed homomorph in $\mathfrak{X}$ and let G be an $\mathfrak{X}$-group which has $\pi(\mathfrak{F})$-selected $\mathfrak{F}$-residual normal ω-subgroup. A subgroup H of G is an $\mathfrak{F}^{\omega}$-projector of G if and only if H is an $\mathfrak{F}^{\omega}$-covering subgroup of G.*

Theorem 2. *Let $\mathfrak{F}$ be an ω-local formation, let G be a group and let $G^{\mathfrak{F}}$ be a $\pi(\mathfrak{F})$-selected ω-group. Then G has at least one $\mathfrak{F}^{\omega}$-covering subgroup ($\mathfrak{F}^{\omega}$-projector) and any two $\mathfrak{F}^{\omega}$-covering subgroups (any two $\mathfrak{F}^{\omega}$-projectors) of G are conjugate.*

Theorems 1 and 2 extend the main results of B. Li and W. Guo from [3].

References

1. *Vedernikov V.A., Sorokina M.M.* The $\mathfrak{F}$-projectors and $\mathfrak{F}$-covering subgroups of finite groups // Siberian Mathematical Journal. 2016. Vol. 57, № 6. Pp. 1224-1239.
2. *Chunihin S.A.* Subgroups of finite groups. Minsk: Nauka and Technika, 1964. 158 p.
3. *Li B., Guo W.* On $\mathfrak{F}$-covering subgroups of finite groups // Proceedings of Francisk Scorina Gomel State University. 2004. Vol. 6(27). Pp. 11-15.

INVERSE PROBLEM FOR QUASILINEAR MIXED-TYPE PARABOLIC EQUATION

© Yuldasheva A.V.

National University of Uzbekistan (Uzbekistan, Tashkent)
e-mail: yuasv86@mail.ru

We consider in

$$D := \{0 < x < \pi, \ \ -T < t < T\}$$

quasilinear high-order parabolic equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} + sgnt(-1)^k a^2 \frac{\partial^{2k} u}{\partial x^{2k}} + p(t)u = f(t,x,u), \, k \in \mathbb{N}, \tag{1}$$

with conditions

$$u(x,-T) = \varphi(x), \ 0 \le x \le \pi, \tag{2}$$

$$u(x,-0) = u(x,+0), \ 0 \le x \le \pi, \tag{3}$$

the boundary conditions

$$\frac{\partial^{2i} u}{\partial x^{2i}} \mid_{x=0} = \frac{\partial^{2i} u}{\partial x^{2i}} \mid_{x=\pi} = 0, \ \ i = 0,1,...,k-1, \ -T \le t \le T, \tag{4}$$

and the integral overdetermination data

$$\int_0^{\pi} u(x,t)dx = E(t), \ -T \le t \le T. \tag{5}$$

Definition. *The pair* $\{p(t), u(x,t)\}$ *from the class* $C[-T,T] \times (C^{2k,1}(D) \bigcap C^{2k-1,0}(\overline{D}))$, *for which conditions (1)–(5) are satisfied and* $p(t) \geq 0$ *on the interval [-T,T], is called the classical solution of inverse problem (1)–(5).*

We prove the existence and uniqueness of the solution of inverse problem (1)–(5) by using the Fourier method and the iteration method. Also, continuous dependence upon the data of the inverse problem is shown.

References

1. *Ismailov M., Kanca F.* An inverse coefficient problem for a parabolic equation in the case of nonlocal boundary and overdetermination conditions // Math. Methods Appl. Sci. 2011. № 4. Pp. 692-702.
2. *Kanka F., Baglan I.* An inverse problem for a quasilinear parabolic equation with nonlocal boundary and overdetermination conditions // J. of Ineq. and Appl. 2014. № 1. Pp. 1-16.

AUTOMORPHISMS OF DISTANCE-REGULAR GRAPHS WITH INTERSECTION ARRAY {75,64,18,1;1,6,64,75}

© Zhurtov A.[1], Makhnev A.[2], Shermetova M.[1]

[1]Kabardino-Balkarian State University (Russia, Nalchik)
e-mail: zhurtov_a@mail.ru, e-mail: mariyana1992@mail.ru
[2]Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS (Russia, Yekaterinburg)
e-mail: makhnev@imm.uran.ru

We consider nondirected graphs without loops and multiple edges. For vertex a of a graph Γ the subgraph $\Omega_i(a) = \{b \mid d(a,b) = i\}$ is called i-neighboorhod of a in Γ. We set $[a] = \Gamma_1(a)$, $a^\perp = \{a\} \cup [a]$.

Degree of an vertex a of Γ is the number of vertices in $[a]$. Graph Γ is called regular of degree k, if the degree of any vertex is equal k. The graph Γ is called strongly regular with parameters (v, k, λ, μ) if Γ is regular of degree k on v vertices, and $|[u] \cap [w]|$ is equal λ, if u adjacent to w, is equal μ, if u not adjacent to w.

In this paper automorphisms of distance-regular graphs (see [1]) with intersection array $\{75, 64, 18, 1; 1, 6, 64, 75\}$ are investigated.

Theorem. *Let* Γ *be a distance-regular graph intersection array {75, 64,18,1;1,6,64,75},* $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$, g *— an element of* G *prime order* p *and* $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$. *Then* $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7, 23\}$ *and one of the following statements hold:*

(1) g *induces trivial automorphism of antipodal quotient* $\bar{\Gamma}$, $p = 2$ *and* $\alpha_4(g) = v$;

(2) Ω *is empty graph,* $\alpha_0(g)=\alpha_4(g)=0$ *and either* $p=23$, $\alpha_1(g)=92$, $\alpha_2(g)=736$, $\alpha_3(g)=276$, *or* $p=3$, $\alpha_1(g)=60t+15s+3$, $\alpha_2(g)=1056-240s$, $\alpha_3(g)=-60t+225s+45$, *or* $p=2$, $\alpha_1(g)=40t+40s-8$, $\alpha_2(g)=1056-160s$, $\alpha_3(g)=-40t+120s+56$*;*

(3) $\bar{\Omega}$ *is n-clique, either* Ω *is antipodal class,* $p=5$, $\alpha_1(g)=100s+100t+20$, $\alpha_2(g)=800-400t$, $\alpha_3(g)=-100s+300t+280$, *or* $p=2$, $\alpha_0(g)+\alpha_4(g)=16$, $\alpha_1(g)=40s+40t+24-5\alpha_0(g)$, $\alpha_2(g)=992-160t$, $\alpha_3(g)=120t-40s+72+5\alpha_0(g)$*;*

(4) $\bar{\Omega}$ *is l-coclique,* $3\le l\le 48$, l *divided by* 3, $p=3$, $\alpha_0(g)+\alpha_4(g)=4l$, $\alpha_1(g)=60s+60t+8l+12-5\alpha_0(g)$, $\alpha_2(g)=1056-240t-16l$, $\alpha_3(g)=180t+4l+36-60s+5\alpha_0(g)$*;*

(5) $\bar{\Omega}$ *contains geodesic 2-way and either*

(*i*) $p=7$, $|\bar{\Omega}|=7l+3$, $l\in\{5,6,7,8\}$, *or*

(*ii*) $p=5$, $|\bar{\Omega}|=5r+1$, $4\le r\le 17$, *or*

(*iii*) $p=3$, $|\bar{\Omega}|=3s$, $3\le s\le 27$, *or*

(*iv*) $p=2$, $|\bar{\Omega}|=2t$, $4\le t\le 46$.

Corollary *Let* Γ *be a distance-regular graph intersection array {75, 64,18,1;1,6,64,75}. Then* $G=\mathrm{Aut}(\Gamma)$ *acts intransitively on the vertex set of* Γ.

This work was supported by the grant of Russian Science Foundation, project № 14-11-00061.

References

1. *Brouwer A.E., Cohen A.M., Neumaier A.* Distance-Regular Graphs. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New York, 1989.

Научное издание

МАТЕРИАЛЫ
Международной научной конференции
«Актуальные проблемы прикладной математики и физики»

Лицензия о регистрации средства массовой информации
ПИ № 77 – 3923 от 12.06.2000

ISSN 1726 – 9946

ПЛД № 72 – 47 от 05.04.1999 г.

Подписано в печать 05.05.2017 г.
Бумага офсетная. Формат бумаги 84×108 1/32.
Гарнитура Таймс. 14 усл. печ. л. Тираж 150 экз.

Макет выполнен в Институте прикладной математики
и автоматизации – филиале Федерального государственного
бюджетного научного учреждения «Федеральный научный центр
«Кабардино-Балкарский научный центр
Российской академии наук»

Отпечатано в типографии ООО «Редакция журнала «Эльбрус»

360051, КБР, г. Нальчик, ул. Кабардинская, 19
Тел./факс: (8662) 42-62-09
e-mail: elbrus@mail.ru
www.elbrus.ru